

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Kapitel VI Integralrechnung in einer Variablen	
1 Sprungstetige Funktionen	4
Treppen- und sprungstetige Funktionen	4
Eine Charakterisierung sprungstetiger Funktionen	6
Der Banachraum der sprungstetigen Funktionen	7
2 Stetige Erweiterungen	10
Der Erweiterungssatz für gleichmäßig stetige Funktionen	10
Beschränkte lineare Operatoren	12
Die stetige Erweiterung beschränkter linearer Operatoren	15
3 Das Cauchy-Riemannsches Integral	17
Das Integral für Treppenfunktionen	17
Das Integral für sprungstetige Funktionen	19
Riemannsches Summen	20
4 Eigenschaften des Integrals	26
Integration von Funktionenfolgen	26
Das orientierte Integral	27
Positivität und Monotonie des Integrals	28
Komponentenweise Integration	31
Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	32
Das unbestimmte Integral	33
Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	35
5 Die Technik des Integrierens	39
Variablensubstitution	39
Partielle Integration	41
Die Integration rationaler Funktionen	44

6	Summen und Integrale	51
	Die Bernoullischen Zahlen	51
	Rekursionsformeln	53
	Die Bernoullischen Polynome	54
	Die Euler-Maclaurinsche Summenformel	55
	Potenzsummen	57
	Asymptotische Äquivalenz	58
	Die Riemannsche ζ -Funktion	60
	Die Sehnenrapezregel	65
7	Fourierreihen	69
	Das L_2 -Skalarprodukt	69
	Die Approximation im quadratischen Mittel	71
	Orthonormalsysteme	73
	Die Integration periodischer Funktionen	74
	Fourierkoeffizienten	75
	Klassische Fourierreihen	76
	Die Besselsche Ungleichung	80
	Vollständige Orthonormalsysteme	81
	Stückweise stetig differenzierbare Funktionen	84
	Gleichmäßige Konvergenz	85
8	Uneigentliche Integrale	92
	Zulässige Funktionen	92
	Uneigentliche Integrale	92
	Der Integralvergleichssatz für Reihen	95
	Absolut konvergente Integrale	96
	Das Majorantenkriterium	97
9	Die Gammafunktion	101
	Die Eulersche Integraldarstellung	101
	Die Gammafunktion auf $\mathbb{C} \setminus (-\mathbb{N})$	102
	Die Gaußsche Darstellung	103
	Die Ergänzungsformel	107
	Die logarithmische Konvexität der Gammafunktion	108
	Die Stirlingsche Formel	111
	Das Eulersche Betaintegral	114

Kapitel VII Differentialrechnung mehrerer Variabler

1	Stetige lineare Abbildungen	122
	Die Vollständigkeit von $\mathcal{L}(E, F)$	122
	Endlichdimensionale Banachräume	123
	Matrixdarstellungen	127
	Die Exponentialabbildung	129
	Lineare Differentialgleichungen	132
	Das Gronwallsche Lemma	134
	Die Variation-der-Konstanten-Formel	136
	Determinanten und Eigenwerte	138
	Fundamentalmatrizen	141
	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	145
2	Differenzierbarkeit	154
	Die Definition	154
	Die Ableitung	155
	Richtungsableitungen	157
	Partielle Ableitungen	159
	Die Jacobimatrix	161
	Ein Differenzierbarkeitskriterium	161
	Der Rieszsche Darstellungssatz	163
	Der Gradient	165
	Komplexe Differenzierbarkeit	167
3	Rechenregeln	172
	Linearität	172
	Die Kettenregel	172
	Die Produktregel	175
	Mittelwertsätze	175
	Die Differenzierbarkeit von Funktionenfolgen	177
	Notwendige Bedingungen für lokale Extrema	177
4	Multilineare Abbildungen	180
	Stetige multilineare Abbildungen	180
	Der kanonische Isomorphismus	182
	Symmetrische multilineare Abbildungen	184
	Die Ableitung multilinearer Abbildungen	184
5	Höhere Ableitungen	188
	Definitionen	188
	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	191
	Die Kettenregel	193
	Taylorsche Formeln	193

	Funktionen von m Variablen	195
	Hinreichende Kriterien für lokale Extrema	196
6	Nemytskiioperatoren und Variationsrechnung	204
	Nemytskiioperatoren	204
	Die Stetigkeit von Nemytskiioperatoren	205
	Die Differenzierbarkeit von Nemytskiioperatoren	206
	Die Differenzierbarkeit von Parameterintegralen	209
	Variationsprobleme	211
	Die Euler-Lagrangesche Gleichung	213
	Klassische Mechanik	217
7	Umkehrabbildungen	221
	Die Ableitung der Inversion linearer Abbildungen	221
	Der Satz über die Umkehrabbildung	223
	Diffeomorphismen	226
	Die Lösbarkeit nichtlinearer Gleichungssysteme	227
8	Implizite Funktionen	230
	Differenzierbare Abbildungen auf Produkträumen	230
	Der Satz über implizite Funktionen	232
	Reguläre Werte	235
	Gewöhnliche Differentialgleichungen	236
	Separation der Variablen	238
	Lipschitz-Stetigkeit und Eindeutigkeit	242
	Der Satz von Picard-Lindelöf	244
9	Mannigfaltigkeiten	252
	Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n	252
	Graphen	253
	Der Satz vom regulären Wert	253
	Der Immersionssatz	255
	Einbettungen	257
	Lokale Karten und Parametrisierungen	262
	Kartenwechsel	265
10	Tangenten und Normalen	270
	Das Tangential in \mathbb{R}^n	270
	Der Tangentialraum	271
	Charakterisierungen des Tangentialraumes	275
	Differenzierbare Abbildungen	276
	Das Differential und der Gradient	279
	Normalen	281
	Extrema mit Nebenbedingungen	282
	Anwendungen der Lagrangeschen Multiplikatorenregel	283

Kapitel VIII Kurvenintegrale

1 Kurven und ihre Länge 291

Die totale Variation 291

Rektifizierbare Wege 292

Differenzierbare Kurven 294

Rektifizierbare Kurven 297

2 Kurven in \mathbb{R}^n 302

Tangenteneinheitsvektoren 302

Parametrisierungen nach der Bogenlänge 303

Orientierte Basen 304

Das Frenetsche n -Bein 305

Die Krümmung ebener Kurven 308

Eine Kennzeichnung von Geraden und Kreisen 310

Krümmungskreise und Evoluten 311

Das Vektorprodukt 312

Die Krümmung und die Torsion von Raumkurven 314

3 Pfaffsche Formen 318

Vektorfelder und Pfaffsche Formen 318

Die kanonischen Basen 320

Exakte Formen und Gradientenfelder 322

Das Poincarésche Lemma 325

Duale Operatoren 327

Transformationsregeln 328

Moduln 332

4 Kurvenintegrale 337

Die Definition 337

Elementare Eigenschaften 339

Der Hauptsatz über Kurvenintegrale 341

Einfach zusammenhängende Mengen 343

Die Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals 344

5 Holomorphe Funktionen 351

Komplexe Kurvenintegrale 351

Holomorphie 354

Der Cauchysche Integralsatz 355

Die Orientierung der Kreislinie 357

Die Cauchysche Integralformel 357

Analytische Funktionen 359

Der Satz von Liouville 361

Die Fresnelschen Integrale 361

Das Maximumprinzip 363

Harmonische Funktionen	364
Der Satz von Goursat	366
Der Weierstraßsche Konvergenzsatz	369
6 Meromorphe Funktionen	373
Die Laurentsche Entwicklung	373
Hebbare Singularitäten	377
Isolierte Singularitäten	378
Einfache Pole	381
Die Windungszahl	383
Die Stetigkeit der Umlaufzahl	387
Der allgemeine Cauchysche Integralsatz	389
Der Residuensatz	391
Fourierintegrale	392
Literaturverzeichnis	401
Index	403