

# Inhaltsverzeichnis

|  |      |
|--|------|
| <b>Formelzeichen</b>                                 | XIX  |
| <b>Hinweise zur Programmdiskette</b>                 | XLI  |
| <b>Bedeutung der Randsymbole</b>                     | XLII |
| <b>1 Einleitung</b>                                  | i    |
| 1.1 Definition der Festigkeitslehre                  | 2    |
| 1.2 Aufgabe der Festigkeitslehre                     | 2    |
| 1.3 Prinzip der Festigkeitsberechnung                | 3    |
| 1.4 Festigkeitsbedingung                             | 4    |
| 1.5 Versagen   | 7    |
| 1.6 Gliederung des vorliegenden Bandes               | 10   |
| 1.7 Zusammenfassung                                  | 12   |
| 1.8 Verständnisfragen                                | 13   |
| <b>2 Verformungszustand</b>                          | 15   |
| 2.1 Verformungsgrößen                                | 16   |
| 2.1.1 Verschiebungsfeld                              | 16   |
| 2.1.2 Dehnungen und Schiebungen                      | 17   |
| 2.1.3 Indizierung der Verformungsgrößen              | 19   |
| 2.2 Verformungsgrößen und Bezugsrichtungen           | 20   |
| 2.2.1 Verformungen in beliebiger Richtung            | 21   |
| 2.2.2 Mohrscher Verformungskreis                     | 21   |
| 2.2.3 Folgerungen aus dem Mohrschen Verformungskreis | 23   |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 2.2.4    | Hauptdehnungen  | 23        |
| 2.3      | Volumendehnung  | 26        |
| 2.4      | Dehnungsmessung mit Dehnungsmeßstreifen                       | 27        |
| 2.4.1    | Aufbau und Wirkungsweise eines DMS                            | 27        |
| 2.4.2    | Wheatstonesche Brückenschaltung                               | 29        |
| 2.4.3    | Auswertung der Dehnungsmessungen                              | 32        |
| 2.5      | Zusammenfassung   | 35        |
| 2.6      | Rechnerprogramme  | 36        |
| 2.6.1    | Mohrscher Verformungskreis (Programm P2_1)                    | 36        |
| 2.6.2    | Auswertung einer DMS-Rosette (I) (Programm P2_2)              | 37        |
| 2.7      | Verständnisfragen   | 38        |
| 2.8      | Musterlösungen  | 39        |
| 2.8.1    | Verformungszustand eines Oberflächenelements                  | 39        |
| 2.8.2    | Auswertung einer DMS-Rosette mit beliebigen Meßrichtungen     | 42        |
| <b>3</b> | <b>Spannungszustand</b>                                       | <b>45</b> |
| 3.1      | Schnittprinzip  | 46        |
| 3.2      | Spannungsvektor   | 47        |
| 3.3      | Schnittspannungen am Würfelement                              | 48        |
| 3.4      | Ebener Spannungszustand                                       | 52        |
| 3.4.1    | Spannungen in beliebiger Schnittrichtung                      | 52        |
| 3.4.2    | Mohrscher Spannungskreis                                      | 54        |
| 3.4.3    | Hauptspannungen   | 56        |
| 3.5      | Allgemeiner Spannungszustand                                  | 58        |
| 3.5.1    | Hauptspannungen   | 58        |
| 3.5.2    | Darstellung des räumlichen Spannungszustandes                 | 59        |
| 3.5.3    | Definition des Spannungszustandes                             | 60        |
| 3.6      | Zusammenhang zwischen Schnittspannungen und äußerer Belastung | 61        |
| 3.7      | Zusammenfassung   | 63        |
| 3.8      | Rechnerprogramme  | 63        |
| 3.8.1    | Schnittspannungen am Würfelement (Programm P3_1)              | 63        |
| 3.8.2    | Mohrscher Spannungskreis (Programm P3_2)                      | 64        |
| 3.9      | Verständnisfragen   | 66        |
| 3.10     | Musterlösungen  | 68        |
| 3.10.1   | Schnittspannungen bei ebenem Spannungszustand                 | 68        |
| 3.10.2   | Schnittreaktionen in einem Balkenquerschnitt                  | 71        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>4</b> | <b>Linear-elastisches Werkstoffverhalten</b>                       | <b>75</b>  |
| 4.1      | Hookesches Gesetz für den einachsigen Spannungszustand             | 76         |
| 4.1.1    | Elastizitätsmodul  | 77         |
| 4.1.2    | Querkontraktionszahl   | 79         |
| 4.1.3    | Schubmodul   | 81         |
| 4.1.4    | Zusammenhang zwischen den elastizitätstheoretischen Konstanten     | 82         |
| 4.2      | Hookesches Gesetz für den allgemeinen Spannungszustand             | 82         |
| 4.3      | Hookesches Gesetz für den ebenen Spannungszustand                  | 84         |
| 4.4      | Dehnungsbehinderung  | 85         |
| 4.5      | Wärmedehnungen und Wärmespannungen                                 | 87         |
| 4.6      | Zusammenfassung  | 90         |
| 4.7      | Rechnerprogramme   | 92         |
| 4.7.1    | Hookesches Gesetz für allgemeinen Spannungszustand (Programm P4_1) | 92         |
| 4.7.2    | Auswertung einer DMS-Rosette (II) (Programm P4_2)                  | 93         |
| 4.8      | Verständnisfragen  | 94         |
| 4.9      | Musterlösungen   | 97         |
| 4.9.1    | Hookesches Gesetz für zweiachsigen Spannungszustand                | 97         |
| 4.9.2    | Querdehnungsbehinderte Scheibe                                     | 99         |
| <b>5</b> | <b>Grundbelastungsfälle</b>  | <b>101</b> |
| 5.1      | Zug  | 103        |
| 5.1.1    | Spannungen   | 103        |
| 5.1.2    | Verformungen   | 104        |
| 5.2      | Druck  | 105        |
| 5.3      | Gerade Biegung   | 106        |
| 5.3.1    | Verformungen   | 106        |
| 5.3.2    | Spannungen   | 108        |
| 5.4      | Torsion gerader Stäbe mit Kreisquerschnitt                         | 113        |
| 5.4.1    | Verformungen   | 113        |
| 5.4.2    | Spannungen   | 114        |
| 5.4.3    | Mohrscher Spannungskreis   | 117        |
| 5.4.4    | Verdrehwinkel  | 117        |
| 5.5      | Scherung   | 119        |
| 5.6      | Zusammenfassung  | 122        |
| 5.7      | Verständnisfragen  | 122        |
| 5.8      | Musterlösungen   | 126        |
| 5.8.1    | Biegung eines Hochsprungstabs                                      | 126        |
| 5.8.2    | Torsionsbeanspruchung einer Schweißkonstruktion                    | 129        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>6</b> | <b>Werkstoffkennwerte bei zügiger Belastung</b>         | <b>133</b> |
| 6.1      | Zugversuch  | 135        |
| 6.1.1    | Grundlagen  | 135        |
| 6.1.2    | Zähes Werkstoffverhalten                                | 137        |
| 6.1.3    | Sprödes Werkstoffverhalten                              | 145        |
| 6.1.4    | Beispiele für das Werkstoffverhalten im Zugversuch      | 146        |
| 6.2      | Druckversuch  | 148        |
| 6.2.1    | Zähes Werkstoffverhalten                                | 149        |
| 6.2.2    | Sprödes Werkstoffverhalten                              | 150        |
| 6.3      | Biegeversuch  | 151        |
| 6.4      | Torsionsversuch   | 154        |
| 6.4.1    | Kennwerte   | 154        |
| 6.4.2    | Versagensgrenzen im Torsions- und Zugversuch            | 156        |
| 6.5      | Scherversuch  | 158        |
| 6.6      | Zusammenfassung   | 159        |
| 6.7      | Rechnerprogramme  | 160        |
| 6.7.1    | Zugversuch (DIN EN 10002) (Programm P6_1)               | 160        |
| 6.7.2    | Feindehnungsmessung beim Zugversuch (P6_2)              | 161        |
| 6.8      | Verständnisfragen                                       | 162        |
| 6.9      | Musterlösungen  | 165        |
| 6.9.1    | Zugversuch an einer Al-Legierung                        | 165        |
| <b>7</b> | <b>Festigkeitshypothesen</b>                            | <b>169</b> |
| 7.1      | Problemstellung und Lösungsweg                          | 170        |
| 7.2      | Normalspannungshypothese                                | 172        |
| 7.3      | Schubspannungshypothese                                 | 176        |
| 7.4      | Gestaltänderungsenergiehypothese                        | 181        |
| 7.4.1    | Fließbedingung  | 181        |
| 7.4.2    | Praktische Anwendung der GH                             | 182        |
| 7.5      | Vergleich von SH und GH                                 | 185        |
| 7.6      | Anpassung der Festigkeitshypothesen                     | 186        |
| 7.7      | Vergleichsdehnung                                       | 188        |
| 7.8      | Erweiterte Schubspannungshypothese (Mohrsche Hypothese) | 190        |
| 7.9      | Hencky-Diagramm   | 194        |
| 7.10     | Zusammenfassung   | 197        |
| 7.11     | Rechnerprogramme  | 199        |
| 7.11.1   | Festigkeitshypothesen (Programm P7_1)                   | 199        |
| 7.11.2   | Auswertung einer DMS-Rosette (III) (Programm P7_2)      | 200        |
| 7.12     | Verständnisfragen                                       | 202        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 7.13     | Musterlösungen  | 204        |
| 7.13.1   | Sicherheitsnachweis für mehrachsig beanspruchte Bauteile aus Feinkornbaustahl und Grauguß | 204        |
| <b>8</b> | <b>Kerbwirkung</b>  | <b>211</b> |
| <hr/>    |   |            |
| 8.1      | Definition von Kerben   | 212        |
| 8.2      | Phänomenologische Aspekte von Kerben  | 214        |
| 8.3      | Formzahl  | 216        |
| 8.3.1    | Definition  | 216        |
| 8.3.2    | Ermittlung  | 219        |
| 8.3.3    | Formzahldiagramme   | 222        |
| 8.4      | Zusammenfassung   | 222        |
| 8.5      | Rechnerprogramme  | 223        |
| 8.5.1    | Formzahlen (Programm P8_1)  | 223        |
| 8.6      | Verständnisfragen   | 224        |
| 8.7      | Musterlösungen  | 226        |
| 8.7.1    | Spannungsverläufe im gekerbten Flachstab  | 226        |
| <b>9</b> | <b>Überelastische Beanspruchung</b>   | <b>231</b> |
| <hr/>    |   |            |
| 9.1      | Werkstofffließkurve   | 232        |
| 9.2      | Bauteilfließkurve   | 237        |
| 9.2.1    | Glatter Biegestab   | 239        |
| 9.2.2    | Glatter Torsionsstab mit Kreisquerschnitt   | 244        |
| 9.2.3    | Zugbeanspruchter Kerbstab   | 245        |
| 9.3      | Vollplastische Grenzbelastung (Kollaps)   | 255        |
| 9.3.1    | Phänomenologie  | 255        |
| 9.3.2    | Berechnung der Kollapslast  | 256        |
| 9.3.3    | Experimentelle Bestimmung   | 265        |
| 9.4      | Eigenspannungen   | 267        |
| 9.4.1    | Definition  | 267        |
| 9.4.2    | Voraussetzungen für die Entstehung  | 269        |
| 9.4.3    | Einfache Beispiele  | 269        |
| 9.4.4    | Bestimmung von Eigenspannungen  | 276        |
| 9.4.5    | Auswirkung von Eigenspannungen bei statischer Beanspruchung                               | 280        |
| 9.4.6    | Abminderung von Eigenspannungen   | 283        |
| 9.5      | Zusammenfassung   | 286        |
| 9.6      | Rechnerprogramme  | 287        |
| 9.6.1    | Fließkurven glatter Biegeträger   | 287        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 9.6.2     | Fließkurve gekerbter Bauteile  | 288        |
| 9.7       | Verständnisfragen  | 289        |
| 9.8       | Musterlösungen   | 291        |
| 9.8.1     | Überelastisch zugbeanspruchtes Doppelkammerrohr                          | 291        |
| <b>10</b> | <b>Sicherheitsnachweis bei statischer Beanspruchung</b>                  | <b>297</b> |
| 10.1      | Spannungskategorien  | 298        |
| 10.2      | Sprödes Bauteilverhalten   | 299        |
| 10.3      | Zähes Bauteilverhalten   | 301        |
| 10.3.1    | Fließbeginn  | 302        |
| 10.3.2    | Begrenzte plastische Verformung  | 303        |
| 10.3.3    | Zähbruch   | 305        |
| 10.4      | Sicherheitsbeiwerte  | 306        |
| 10.5      | Bedeutung der Zähigkeit  | 308        |
| 10.5.1    | Metallkundliche Modelle des Spröd- und<br>Zähbruchversagens              | 309        |
| 10.5.2    | Definition der Zähigkeit   | 311        |
| 10.5.3    | Sicherheitsrelevanz der Zähigkeit  | 312        |
| 10.5.4    | Einflußgrößen auf die Bauteilzähigkeit                                   | 313        |
| 10.5.5    | Experimentelle Ermittlung der Zähigkeitskennwerte                        | 314        |
| 10.6      | Zusammenfassung  | 320        |
| 10.7      | Verständnisfragen  | 321        |
| 10.8      | Musterlösungen   | 323        |
| 10.8.1    | Auslegung einer Sollbruchstelle  | 323        |
| <b>11</b> | <b>Grundlagen der Schwingfestigkeit</b>                                  | <b>327</b> |
| 11.1      | Einteilung der Berechnungsverfahren                                      | 328        |
| 11.2      | Versagen bei Schwingbeanspruchung  | 330        |
| 11.2.1    | Dauerschwingbruch  | 330        |
| 11.2.2    | Versagensmodell  | 332        |
| 11.3      | Begriffsdefinitionen   | 334        |
| 11.4      | Wöhlerlinie  | 337        |
| 11.4.1    | Experimentelle Bestimmung  | 337        |
| 11.4.2    | Mathematische Beschreibung der Wöhlerlinie                               | 341        |
| 11.4.3    | Statistische Auswertung  | 345        |
| 11.5      | Dauerfestigkeitskennwerte für reine Wechsel- und<br>Schwellbeanspruchung | 349        |
| 11.5.1    | Wechselfestigkeit  | 350        |
| 11.5.2    | Schwellfestigkeit  | 352        |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 11.6    | Mittelspannungseinfluß (Dauerfestigkeitsschaubild)   | 352 |
| 11.6.1  | Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh   | 353 |
| 11.6.2  | Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith   | 360 |
| 11.7    | Weitere Einflüsse auf die Schwingfestigkeit  | 362 |
| 11.7.1  | Oberflächeneinfluß   | 362 |
| 11.7.2  | Größeneinfluß  | 364 |
| 11.7.3  | Umgebungseinflüsse   | 369 |
| 11.7.4  | Weitere schwingfestigkeitsmindernde Einflüsse  | 370 |
| 11.7.5  | Verfahren zur Steigerung der Schwingfestigkeit   | 373 |
| 11.8    | Kerbwirkung bei schwingender Beanspruchung   | 374 |
| 11.8.1  | Kerbwirkungszahl   | 374 |
| 11.8.2  | Berechnungsverfahren   | 377 |
| 11.8.3  | Kerbspannungen   | 384 |
| 11.9    | Synthetische Bauteilwöhlerlinie  | 385 |
| 11.9.1  | Dauerfestigkeit  | 386 |
| 11.9.2  | Zeitfestigkeit   | 389 |
| 11.9.3  | Sicherheitsnachweis  | 390 |
| 11.10   | Berechnungsverfahren für synchrone Belastung   | 393 |
| 11.10.1 | Belastung durch eine Komponente  | 394 |
| 11.10.2 | Problematik bei Belastung durch mehrere Komponenten  | 398 |
| 11.10.3 | Zug und Biegung  | 400 |
| 11.10.4 | Rein wechselnde Biegung und Torsion  | 402 |
| 11.10.5 | Mittelspannungsbehaftete Biegung und Torsion   | 406 |
| 11.10.6 | Allgemeine zweiachsige synchrone Schwingbelastung  | 412 |
| 11.10.7 | Anstrengungsverhältnis   | 418 |
| 11.11   | Festigkeitskonzepte  | 423 |
| 11.12   | Zusammenfassung  | 426 |
| 11.13   | Rechnerprogramme   | 427 |
| 11.13.1 | Statistische Auswertung von Schwingversuchen<br>als Wöhlerlinie (Programm P11_1)           | 427 |
| 11.13.2 | Dauerfestigkeitsschaubild (Programm P11_2)   | 428 |
| 11.13.3 | Kerbwirkungszahl (Programm P11_3)  | 429 |
| 11.13.4 | Synthetische Wöhlerlinie (Programm P11_4)  | 430 |
| 11.13.5 | Sicherheit bei schwingender Beanspruchung mit einer<br>Komponente (Programm P11_5)         | 431 |
| 11.13.6 | Sicherheit bei schwingender Beanspruchung mit<br>maximal drei Komponenten (Programm P11_6) | 432 |
| 11.14   | Verständnisfragen  | 434 |
| 11.15   | Musterlösung   | 436 |
| 11.15.1 | Schwingfestigkeit von Wellen   | 436 |

## Anhang

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| <b>A</b> | <b>Ergänzende Grundlagen</b>                                   | 445 |
| A1       | Verformungen in beliebiger Richtung                            | 446 |
| A2       | Spannungszustand in Matrizendarstellung                        | 449 |
| A3       | Spannungen in beliebiger Richtung (ebener Spannungszustand)    | 453 |
| A4       | Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen                   | 457 |
| A5       | Mohrsche Kreise für den dreiachsigen Spannungszustand          | 464 |
| A6       | Zusammenhang zwischen den elastizitätstheoretischen Konstanten | 469 |
| A7       | Allgemeines Hookesches Gesetz in Matrizendarstellung           | 471 |
| A8       | Fließbedingungen und deren physikalische Interpretationen      | 479 |
| A8.1     | Hydrostatischer und deviatorischer Anteil des Spannungstensors | 479 |
| A8.2     | Grundlegende Eigenschaften von Fließbedingungen                | 481 |
| A8.3     | Fließbedingung nach von Mises                                  | 486 |
| A8.4     | Physikalische Deutungen der von Mises Fließbedingung           | 490 |
| A8.4.1   | Gestaltänderungsenergie  | 490 |
| A8.4.2   | Oktaederschubspannung  | 492 |
| A8.4.3   | Schubspannungsintensität                                       | 494 |
| A8.5     | Fließbedingung nach Tresca                                     | 497 |
| A8.6     | Vergleich der Fließbedingung nach von Mises und nach Tresca    | 502 |
| A9       | Elastizitätstheoretische Grundlagen                            | 504 |
| A9.1     | Gleichgewichtsbedingungen für Spannungen                       | 504 |
| A9.2     | Verschiebungen und Verformungen                                | 511 |
| A9.3     | Kompatibilitätsbedingungen                                     | 514 |
| A9.4     | Spannungs-Verformungs-Beziehungen                              | 517 |
| A9.5     | Randbedingungen  | 518 |
| A9.6     | Eindeutigkeit und Superposition                                | 519 |
| A9.7     | Verschiebungs- und Spannungsformulierung                       | 519 |
| A9.7.1   | Verschiebungsformulierung                                      | 520 |
| A9.7.2   | Spannungsformulierung  | 521 |
| A9.8     | Spannungsfunktionen  | 523 |
| A9.8.1   | Airysche Spannungsfunktion                                     | 523 |
| A9.8.2   | Lösungsmethoden  | 525 |
| A9.9     | Zusammenfassung  | 529 |
| A10      | Formzahl einer Platte mit kreisförmiger Öffnung                | 531 |
| A10.1    | Unendlich große Platte mit kreisförmigem Loch                  | 531 |
| A10.2    | Unendlich große Platte mit ellipsenförmigem Loch               | 538 |
| A11      | Fließkurve des Biegebalkens mit Rechteckquerschnitt            | 540 |
| A12      | Kollaps des schwach gekerbten Zugstabs                         | 542 |



|  |            |
|--|------------|
| A12.1 Kollapslast  | 542        |
| A12.2 Constraint-Faktor  | 543        |
| A12.3 Fließspannung aus Zugversuch                             | 544        |
| A13 Gleitlinientheorie   | 546        |
| A13.1 Grundgleichungen   | 546        |
| A13.2 Grafische Veranschaulichung im Mohrschen Spannungskreis  | 548        |
| A13.3 Gleitlinien  | 549        |
| A13.3.1 Formänderungen und Geschwindigkeitsfelder              | 552        |
| A13.3.2 Geometrische Eigenschaften des Gleitlinienfeldes       | 553        |
| A13.3.3 Ermittlung der Spannungsverteilung aus den Gleitlinien | 556        |
| A13.4 Beispiele zur Anwendung der Gleitlinientheorie           | 557        |
| A14 Kollaps des einseitig gekerbten Biegestabs unter EDZ       | 562        |
| A14.1 Obere Schranke   | 562        |
| A14.2 Untere Schranke  | 563        |
| A15 Ermüdungsnachweis nach der FKM-Richtlinie                  | 565        |
| A15.1 Merkmale der Richtlinie                                  | 565        |
| A15.2 Beanspruchungsdaten                                      | 567        |
| A15.2.1 Lastspannungen   | 567        |
| A15.2.2 Vergleichsspannungen                                   | 567        |
| A15.3 Werkstoffdaten   | 569        |
| A15.3.1 Basisdaten   | 569        |
| A15.3.2 Wechselfestigkeit                                      | 569        |
| A15.3.3 Mittelspannungseinfluß                                 | 570        |
| A15.4 Konstruktionsdaten                                       | 570        |
| A15.4.1 Kerbeinfluß  | 571        |
| A15.4.2 Oberflächeneinfluß                                     | 572        |
| A15.4.3 Randschichteinfluß                                     | 572        |
| A15.5 Ertragbare Bauteildauerfestigkeit                        | 573        |
| A15.6 Beanspruchung im Zeitfestigkeitsgebiet                   | 574        |
| A15.7 Sicherheitsfaktoren                                      | 576        |
| A15.8 Festigkeitsnachweis                                      | 576        |
| A15.9 Zusammenfassung  | 578        |
| <b>B Datensammlung</b>   | <b>579</b> |
| <hr/>  |            |
| B1 Physikalische Eigenschaften und Werkstoffkennwerte          | 580        |
| B2 Formzahldiagramme   | 587        |
| <b>Literatur</b>   | <b>599</b> |
| <hr/>  |            |
| <b>Sachverzeichnis</b>   | <b>611</b> |
| <hr/>  |            |

