

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>1</b>
----------	-------------------------	----------

---

## Teil I Deskriptive Statistik

---

<b>2</b>	<b>Grundlagen</b> .....	<b>7</b>
2.1	Einführung .....	7
2.2	Grundbegriffe der deskriptiven Statistik .....	8
2.3	Messbarkeitseigenschaften von Merkmalen .....	13
2.3.1	Nominalskala .....	13
2.3.2	Ordinalskala .....	13
2.3.3	Kardinalskala .....	14
2.4	Skalentransformation .....	15
2.5	Häufigkeitsfunktion .....	16
2.6	Klassierung von metrischen Merkmalswerten .....	18
2.7	Übungen .....	21
<b>3</b>	<b>Datenerhebung und Erhebungsarten</b> .....	<b>23</b>
3.1	Datenerhebung .....	23
3.1.1	Fragebogenerhebung .....	24
3.1.2	Interview .....	24
3.1.3	Gestaltung von Befragungen .....	25
3.2	Erhebungsarten .....	27
3.2.1	Zufallsstichproben .....	28
3.2.2	Nicht zufällige Stichproben .....	30
3.3	Datenschutz .....	32
<b>4</b>	<b>Eindimensionale Datenanalyse</b> .....	<b>35</b>
4.1	Einführung .....	36
4.2	Qualitative Merkmale .....	36
4.2.1	Modus .....	38

4.2.2	Informationsentropie .....	38
4.3	Komparative Merkmale .....	45
4.3.1	Empirische Verteilungsfunktion .....	45
4.3.2	Quantile .....	47
4.3.3	Boxplot .....	49
4.3.4	Summenhäufigkeitsentropie .....	51
4.4	Quantitative Merkmale .....	54
4.4.1	Stamm-Blatt Diagramm .....	54
4.4.2	Histogramm .....	57
4.4.3	Dichtespur .....	59
4.4.4	Arithmetisches Mittel .....	65
4.4.5	Harmonisches Mittel .....	67
4.4.6	Geometrisches Mittel .....	70
4.4.7	Spannweite .....	72
4.4.8	Median der absoluten Abweichung vom Median .....	73
4.4.9	Varianz und Standardabweichung .....	74
4.4.10	Variationskoeffizient .....	80
4.4.11	Relative Konzentrationsmessung .....	83
4.4.12	Absolute Konzentrationsmessung .....	92
4.5	Übungen .....	98
<b>5</b>	<b>Zweidimensionale Datenanalyse .....</b>	<b>101</b>
5.1	Zweidimensionale Daten und ihre Darstellung .....	101
5.2	Randverteilungen und bedingte Verteilungen .....	105
5.2.1	Randverteilung .....	105
5.2.2	Bedingte Verteilung .....	106
5.3	Zusammenhangsmaße qualitativer Merkmale .....	113
5.3.1	Quadratische Kontingenz .....	113
5.3.2	Informationsentropie bei zweidimensionalen Häufigkeitsverteilungen .....	116
5.3.3	Transinformation .....	118
5.3.4	Vergleich von $C$ und $T$ .....	119
5.4	Zusammenhangsmaße komparativer Merkmale .....	121
5.4.1	Kovarianz und Korrelationskoeffizient .....	121
5.4.2	Rangfolge und Rangzahlen .....	122
5.4.3	Rangkorrelationskoeffizient .....	123
5.5	Zusammenhangsmaße quantitativer Merkmale .....	126
5.5.1	Kovarianz .....	126
5.5.2	Korrelationskoeffizient .....	127
5.6	Interpretation von Korrelation .....	129
5.7	Simpson Paradoxon .....	131
5.8	Übungen .....	133

<b>6</b>	<b>Lineare Regression</b>	137
6.1	Einführung	137
6.2	Lineare Regressionsfunktion	138
6.3	Methode der Kleinsten Quadrate	141
	6.3.1 Normalgleichungen	142
	6.3.2 Kleinst-Quadrate Schätzung	143
	6.3.3 Standardisierte Regressionskoeffizienten	146
6.4	Bestimmtheitsmaß	147
6.5	Spezielle Regressionsfunktionen	150
	6.5.1 Trendfunktion	150
	6.5.2 Linearisierung von Funktionen	150
	6.5.3 Datentransformation	151
6.6	Lineares Modell	152
6.7	Prognose	153
6.8	Übungen	159
<b>7</b>	<b>Verhältnis- und Indexzahlen</b>	161
7.1	Einführung	161
7.2	Gliederungs-, Beziehungs- und Messzahlen	163
7.3	Umbasierung und Verkettung von Messzahlen	166
	7.3.1 Umbasierung	166
	7.3.2 Verkettung	167
7.4	Indexzahlen	167
	7.4.1 Preisindex nach Laspeyres	169
	7.4.2 Basiseffekt	172
	7.4.3 Preisindex nach Paasche	173
	7.4.4 Mengenindizes nach Laspeyres und Paasche	174
	7.4.5 Umsatzindex	176
	7.4.6 Deflationierung	176
	7.4.7 Verkettung von Indexzahlen	177
	7.4.8 Anforderungen an einen idealen Index	179
	7.4.9 Preisindex nach Fischer	179
	7.4.10 Kettenindex	180
7.5	Aktienindex DAX	181
7.6	Übungen	183

---

**Teil II Schließende Statistik**

---

<b>8</b>	<b>Kombinatorik</b>	187
8.1	Grundbegriffe	187
8.2	Permutation	189
	8.2.1 Permutation ohne Wiederholung	189
	8.2.2 Permutation mit Wiederholung	189
8.3	Variation	190

8.3.1	Variation ohne Wiederholung	191
8.3.2	Variation mit Wiederholung	192
8.4	Kombination	192
8.4.1	Kombination ohne Wiederholung	192
8.4.2	Kombination mit Wiederholung	193
8.5	Übungen	195
<b>9</b>	<b>Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>197</b>
9.1	Einführung	197
9.2	Zufallsexperiment	198
9.3	Ereignisoperationen	199
9.4	Wahrscheinlichkeitsbegriffe	204
9.4.1	Laplacescher Wahrscheinlichkeitsbegriff	205
9.4.2	Von Misesscher Wahrscheinlichkeitsbegriff	206
9.4.3	Subjektiver Wahrscheinlichkeitsbegriff	206
9.4.4	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit	207
9.4.5	Rechenregeln	209
9.5	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	210
9.6	Satz von Bayes	216
9.7	Unabhängige Zufallsereignisse	220
9.8	Übungen	224
<b>10</b>	<b>Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsfunktion</b>	<b>227</b>
10.1	Zufallsvariablen	227
10.2	Wahrscheinlichkeitsfunktion	230
10.2.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen	230
10.2.2	Wahrscheinlichkeitsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen	232
10.3	Verteilungen von transformierten Zufallsvariablen	238
10.4	Erwartungswert	240
10.5	Modus und Quantil	244
10.6	Varianz	244
10.7	Erwartungswert und Varianz linear transformierter Zufallsvariablen	246
10.7.1	Erwartungswert linear transformierter Zufallsvariablen	246
10.7.2	Varianz linear transformierter Zufallsvariablen	247
10.8	Momente und momenterzeugende Funktion	249
10.8.1	Momente	249
10.8.2	Momenterzeugende Funktion	250
10.9	Ungleichung von Chebyschew	251
10.10	Übungen	254
<b>11</b>	<b>Gemeinsame Verteilung von Zufallsvariablen</b>	<b>257</b>
11.1	Einführung	257
11.2	Bedingte Verteilung	261
11.3	Bedingter Erwartungswert	262
11.4	Kovarianz	264

11.5	Übungen .....	268
<b>12</b>	<b>Normalverteilung</b> .....	<b>271</b>
12.1	Einführung .....	271
12.2	Standardnormalverteilung .....	276
12.3	Lognormalverteilung .....	281
12.4	Übungen .....	284
<b>13</b>	<b>Bernoulli-verwandte Zufallsvariablen</b> .....	<b>285</b>
13.1	Einführung .....	285
13.2	Bernoulliverteilung .....	285
13.3	Binomialverteilung .....	286
13.4	Hypergeometrische Verteilung .....	292
13.5	Geometrische Verteilung .....	297
13.6	Negative Binominalverteilung .....	300
13.7	Negative hypergeometrische Verteilung .....	303
13.8	Poissonverteilung .....	304
13.9	Exponentialverteilung .....	311
13.10	Übungen .....	314
<b>14</b>	<b>Stichproben</b> .....	<b>315</b>
14.1	Einführung .....	315
14.2	Identisch verteilte unabhängige Stichproben .....	316
14.3	Schwaches Gesetz der großen Zahlen .....	317
14.4	Starkes Gesetz der großen Zahlen .....	320
14.5	Hauptsatz der Statistik .....	321
14.6	Zentraler Grenzwertsatz .....	322
14.6.1	Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung .....	326
14.6.2	Approximation der hypergeometrischen Verteilung durch die Normalverteilung .....	329
14.6.3	Approximation der Poissonverteilung durch die Normalverteilung .....	329
14.7	Stichprobenverteilungen aus normalverteilten Grundgesamtheiten ..	330
14.7.1	$\chi^2$ -Quadrat Verteilung .....	330
14.7.2	$t$ -Verteilung .....	332
14.7.3	$F$ -Verteilung .....	334
14.8	Hauptsatz der Stichprobentheorie .....	335
14.9	Stichproben aus bernoulli-, exponential- und poissonverteilten Grundgesamtheiten .....	338
14.9.1	Stichproben aus bernoulli- und binomialverteilten Grundgesamtheiten .....	338
14.9.2	Stichproben aus poissonverteilten Grundgesamtheiten .....	339
14.9.3	Stichproben aus exponentialverteilten Grundgesamtheiten ..	339
14.10	Übungen .....	341

<b>15 Parameterschätzung</b> .....	343
15.1 Einführung .....	343
15.2 Punktschätzung .....	344
15.2.1 Methode der Momente .....	345
15.2.2 Maximum-Likelihood Schätzung .....	346
15.2.3 Methode der Kleinsten Quadrate .....	349
15.3 Intervallschätzung .....	351
15.3.1 Konfidenzintervall für $\mu_X$ einer Normalverteilung bei bekanntem $\sigma_X^2$ .....	352
15.3.2 Konfidenzintervall für $\mu_X$ einer Normalverteilung bei unbekanntem $\sigma_X^2$ .....	353
15.3.3 Konfidenzintervall für Regressionskoeffizienten .....	354
15.3.4 Konfidenzintervall für eine ex post Prognose .....	357
15.3.5 Approximatives Konfidenzintervall für $\mu_X$ .....	358
15.3.6 Approximatives Konfidenzintervall für den Anteilswert $\theta$ ..	358
15.3.7 Konfidenzintervall für $\sigma_X^2$ bei normalverteilter Grundgesamtheit .....	358
15.4 Eigenschaften von Schätzstatistiken .....	359
15.4.1 Erwartungstreue .....	359
15.4.2 Mittlerer quadratischer Fehler .....	363
15.4.3 Konsistenz .....	367
15.4.4 Effizienz .....	369
15.5 Übungen .....	372
<b>16 Statistische Tests</b> .....	375
16.1 Einführung .....	375
16.2 Klassische Testtheorie .....	376
16.3 Parametertests bei normalverteilten Grundgesamtheiten .....	380
16.3.1 Gauss-Test .....	380
16.3.2 $t$ -Test .....	383
16.3.3 Parametertest im linearen Regressionsmodell .....	384
16.4 Binomialtest .....	388
16.5 Testentscheidung .....	391
16.6 Gütefunktion .....	397
16.7 Operationscharakteristik .....	403
16.8 Test auf Gleichheit von zwei Mittelwerten .....	409
16.8.1 Vergleich zweier unabhängiger Stichproben .....	410
16.8.2 Vergleich von zwei verbundenen Stichproben .....	418
16.8.3 Unterschied zwischen verbundenen und unabhängigen Stichproben .....	420
16.9 Übungen .....	421

<b>17</b>	<b>Statistische Tests für kategoriale Merkmale</b>	423
17.1	Einführung	423
17.2	$\chi^2$ -Anpassungstest	423
17.3	$\chi^2$ -Homogenitätstest	433
17.4	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest	439
17.5	Übungen	440
<hr/>		
<b>Teil III Einführung in die multivariaten Verfahren</b>		
<hr/>		
<b>18</b>	<b>Überblick über verschiedene multivariate Verfahren</b>	445
18.1	Einführung	445
18.2	Asymmetrische Modelle	446
18.2.1	Regressionsanalyse	446
18.2.2	Varianzanalyse	447
18.2.3	Diskriminanzanalyse	447
18.3	Symmetrische Modelle	448
18.3.1	Kontingenzanalyse	448
18.3.2	Faktorenanalyse	449
18.3.3	Clusteranalyse	449
18.3.4	Multidimensionale Skalierung	450
18.3.5	Conjoint Analyse	451
<b>19</b>	<b>Varianzanalyse</b>	453
19.1	Einführung	453
19.2	Einfaktorielle Varianzanalyse	454
19.3	Zweifaktorielle Varianzanalyse	462
19.4	Andere Versuchspläne	474
19.5	Multivariate Varianzanalyse	475
<b>20</b>	<b>Diskriminanzanalyse</b>	481
20.1	Problemstellung der Diskriminanzanalyse	481
20.2	Klassische Diskriminanzanalyse nach Fisher	483
20.2.1	Klassifikationsregel	486
20.2.2	Spezialfall zwei Gruppen	487
20.2.3	Weitere Klassifikationsregeln	488
20.3	Überprüfung der Diskriminanzfunktion	489
20.4	Überprüfung der Merkmalsvariablen	490
20.5	Anwendungsbeispiel	491
<b>21</b>	<b>Grundlagen der hierarchischen Clusteranalyse</b>	503
21.1	Problemstellung der Clusteranalyse	504
21.2	Ähnlichkeits- und Distanzmaße	505
21.2.1	Nominalskalierte binäre Merkmale	506
21.2.2	Nominalskalierte mehrstufige Merkmale	510

21.2.3	Ordinalskalierte Merkmale .....	512
21.2.4	Quantitative Merkmale .....	513
21.2.5	Merkmale mit unterschiedlichem Skalenniveau .....	518
21.3	Hierarchische Clusteranalyse .....	519
21.4	Agglomerative Verfahren .....	519
21.4.1	Nearest Neighbour Verfahren .....	520
21.4.2	Furthest Neighbour Verfahren .....	523
21.4.3	Centroid Verfahren .....	525
21.4.4	Median Cluster Verfahren .....	527
21.4.5	Average Linkage Verfahren .....	528
21.4.6	Ward's Verfahren .....	533
21.4.7	Entropieanalyse .....	537
21.5	Fusionseigenschaften agglomerativer Verfahren .....	539
21.6	Divisive Verfahren .....	540
21.6.1	Ein polythetisches Verfahren .....	541
21.6.2	Ein monothetisches Verfahren .....	542
21.7	Probleme von Clusterverfahren .....	545
21.7.1	Definition von Clustern .....	545
21.7.2	Entscheidung über die Anzahl der Klassen .....	546
21.7.3	Beurteilung der Klassen .....	547
21.7.4	Anwendungsempfehlungen .....	549
21.8	Anmerkung .....	551
<b>Lösungen zu den Übungen .....</b>		<b>553</b>
A.1	Deskriptive Statistik .....	553
A.2	Induktive Statistik .....	570
<b>Tabellen .....</b>		<b>595</b>
B.1	Binomialverteilung .....	595
B.2	Poissonverteilung .....	600
B.3	Standardnormalverteilung .....	604
B.4	$\chi^2$ -Verteilung .....	605
B.5	$t$ -Verteilung .....	606
B.6	$F$ -Verteilung .....	607
<b>Literaturverzeichnis .....</b>		<b>611</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>		<b>617</b>