

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Matrizenrechnung</b> .....	1
1.1 Matrizen und Vektoren .....	1
1.2 Matrizenalgebra .....	3
1.2.1 Addition und Subtraktion .....	3
1.2.2 Multiplikation .....	4
1.2.3 Matrizeninversion .....	6
1.3 Gleichungssysteme .....	7
1.3.1 Inhomogene und homogene Gleichungssysteme .....	7
1.3.2 Existenz von Lösungen .....	8
1.3.3 Lösungsverfahren .....	9
1.3.4 Normen und Konditionszahl .....	18
1.4 Eigenwertprobleme .....	19
1.4.1 Allgemeines Eigenwertproblem .....	19
1.4.2 Numerische Lösungsverfahren für Eigenwertprobleme .....	25
1.5 Nichtlineare Gleichungssysteme .....	37
1.5.1 Einführung .....	37
1.5.2 Sekantenverfahren .....	39
1.5.3 Newton-Raphson-Verfahren .....	41
1.5.4 Quasi-Newton-Verfahren .....	50
1.5.5 Kurvenverfolgungsverfahren .....	54
1.5.6 Konvergenzkriterien .....	60
1.5.7 Steuerungsstrategien .....	62
<b>2 Grundgleichungen der Elastizitätstheorie</b> .....	65
2.1 Tragwerkstypen und Grundgleichungen .....	65
2.2 Grundgleichungen von Fachwerkstab und Scheibe .....	66
2.3 Grundgleichungen von Biegebalken und Platte .....	75
2.4 Räumliche Tragwerke .....	83
<b>3 Finite-Element-Methode für Stabwerke</b> .....	87
3.1 Überblick .....	87
3.1.1 Die Finite-Element-Methode als statisches Berechnungsverfahren .....	87
3.1.2 Knotenpunkte, Freiheitsgrade und Finite Elemente .....	87
3.1.3 Berechnungsverfahren .....	89

3.2	Einführungsbeispiel: Ebene Fachwerke .....	91
3.2.1	Statisches System .....	91
3.2.2	Elementsteifigkeitsmatrix des Fachwerkstabs .....	92
3.2.3	Koordinatentransformation .....	94
3.2.4	Systemsteifigkeitsmatrix .....	100
3.2.5	Auflagerbedingungen .....	107
3.2.6	Lösung des Gleichungssystems .....	110
3.2.7	Auflagerkräfte und Elementspannungen .....	111
3.3	Federn .....	114
3.4	Biegebalken .....	115
3.4.1	Elementsteifigkeitsmatrix und Spannungsmatrix .....	115
3.4.2	Elementlasten .....	118
3.4.3	Erweiterung der Steifigkeitsmatrix für Normalkräfte und zur Berücksichtigung der Schubsteifigkeit .....	124
3.4.4	Koordinatentransformation .....	125
3.4.5	Gelenke .....	127
3.5	Zusammengesetzte Stabwerke .....	130
3.6	Räumliche Stabwerke .....	133
3.6.1	Allgemeines .....	133
3.6.2	Biegebalken .....	134
3.6.3	Biegebalken mit Wölbkrafttorsion .....	137
3.7	Modellbildung bei Stabwerken .....	143
3.7.1	Auflager .....	143
3.7.2	Federn .....	145
3.7.3	Biegebalken .....	148
3.7.4	Symmetrische Systeme .....	154
3.8	Qualitätssicherung und Dokumentation von Stabwerksberechnungen .....	157
3.8.1	Fehlermöglichkeiten bei Stabwerksberechnungen .....	157
3.8.2	Kontrollen von Stabwerksberechnungen .....	161
<b>4</b>	<b>Finite-Element-Methode für Flächentragwerke .....</b>	<b>167</b>
4.1	Historische Entwicklung .....	167
4.2	Überblick .....	167
4.3	Näherungscharakter der Finite Element Methode .....	169
4.3.1	Eindimensionales Erläuterungsbeispiel .....	169
4.3.2	Analytische Lösung .....	170
4.3.3	FEM-Näherungslösung mit linearem Verschiebungsansatz .....	173
4.3.4	FEM-Näherungslösung mit quadratischem Verschiebungsansatz .....	180

---

4.3.5	Eigenschaften der FEM-Näherungslösung .....	188
4.4	Rechteckelement für Scheiben .....	189
4.4.1	Ansatzfunktionen .....	189
4.4.2	Verzerrungen und Spannungen .....	192
4.4.3	Steifigkeitsmatrix .....	194
4.4.4	Elementlasten .....	197
4.4.5	Beispiele .....	200
4.5	Finite Elemente für Scheiben .....	206
4.5.1	Eigenschaften von Finiten Elementen .....	206
4.5.2	Elemente mit stetigen Verschiebungsansätzen .....	212
4.5.3	Nichtkonforme Elemente .....	220
4.5.4	Hybride Elemente .....	221
4.6	Rechteckelement für Platten .....	229
4.6.1	Elementtyp .....	229
4.6.2	Ansatzfunktionen .....	229
4.6.3	Verzerrungsgrößen und Schnittgrößen .....	231
4.6.4	Steifigkeitsmatrix .....	233
4.6.5	Elementlasten .....	235
4.7	Finite Elemente für Platten .....	237
4.7.1	Schubweiche Plattenelemente mit Verschiebungsansatz .....	237
4.7.2	Schubstarre Plattenelemente mit Verschiebungsansatz .....	238
4.7.3	Hybride Plattenelemente .....	243
4.7.4	Beispiel .....	244
4.8	Finite Elemente für Schalen .....	247
4.8.1	Ebene Schalenelemente .....	247
4.8.2	Gekrümmte Schalenelemente als modifizierte Volumenelemente .....	250
4.8.3	Rotationssymmetrische Schalenelemente .....	250
4.9	Volumenelemente .....	254
4.10	Verbindung unterschiedlicher Elementarten .....	255
4.10.1	Allgemeines .....	255
4.10.2	EST-Element zur Verbindung von Stäben und Stützen mit Scheiben .....	257
4.10.3	EST-Element zur Verbindung von Stützen mit Plattentragwerken .....	270
4.10.4	Weitere Elementübergänge .....	278
4.11	Modellbildung von Bauteilen .....	279
4.11.1	Tragwerksmodelle .....	279
4.11.2	Singularitäten von Zustandsgrößen .....	280
4.11.3	Elementwahl und Netzbildung .....	283
4.11.4	Modellbildung bei Scheiben .....	293

4.11.5 Modellbildung bei Platten .....	313
4.11.6 Modellbildung bei Faltenwerken, Schalen und allgemeinen 3D-Systemen .....	345
4.11.7 Ergebnisinterpretation .....	350
4.12 Qualitätssicherung und Dokumentation von Finite-Element Berechnungen .....	354
4.12.1 Fehlerabschätzung und adaptive Netzverdichtung .....	354
4.12.2 Kontrollen bei Flächentragwerken .....	357
4.12.3 Dokumentation der Finite-Element-Berechnung .....	359
<b>5 Dynamik der Stab- und Flächentragwerke .....</b>	<b>361</b>
5.1 Einleitung .....	361
5.2 Grundbegriffe der Dynamik .....	361
5.2.1 Kinematik .....	361
5.2.2 Massenkräfte .....	362
5.2.3 Dämpfungskräfte .....	369
5.3 Bewegungsgleichungen .....	371
5.4 Freie Schwingungen .....	375
5.4.1 Ungedämpfte Schwingungen .....	375
5.4.2 Gedämpfte Schwingungen .....	382
5.5 Schwingungen infolge harmonischer Erregung .....	385
5.6 Schwingungen infolge beliebiger Erregung .....	391
5.6.1 Direkte numerische Integration .....	391
5.6.2 Modalanalyse .....	397
5.6.3 Fourier-Transformation .....	404
5.7 Erdbebenberechnung .....	415
5.7.1 Allgemeines .....	415
5.7.2 Zeitverlaufsberechnungen .....	416
5.7.3 Antwortspektrenverfahren .....	422
5.8 Modellbildung .....	437
5.8.1 Tragwerks- und Finite-Element-Modell .....	437
5.8.2 Modellbildung von Gebäuden und Boden-Bauwerk-Wechselwirkung .....	442
5.8.3 Modellierung der Dämpfung .....	450
5.8.4 Modellierung der Massen .....	454
5.8.5 Diskretisierung im Zeit- und Frequenzbereich .....	456
5.8.6 Dynamisches Modell und physikalische Wirklichkeit .....	461
<b>6 Nichtlineare Finite-Element-Methode .....</b>	<b>467</b>
6.1 Einleitung .....	467
6.2 Lösungsverfahren nichtlinearer Probleme .....	470

---

6.3 Geometrisch nichtlineare Finite Elemente .....	477
6.3.1 Einleitung .....	477
6.3.2 Fachwerkstab nach Theorie III. Ordnung .....	477
6.3.3 Fachwerkstab nach Theorie II. Ordnung .....	483
6.3.4 Biegebalken nach Theorie II. Ordnung .....	489
6.3.5 Plattenelement nach Theorie II. Ordnung .....	503
6.3.6 Finite Elemente mit großen Verschiebungen .....	508
6.4 Nichtlineare Materialgesetze .....	517
6.4.1 Allgemeines .....	517
6.4.2 Eindimensionale Materialgesetze für Stahl, Beton und Stahlbeton .....	519
6.4.3 Mehrdimensionale Materialgesetze nach der Plastizitätstheorie .....	523
6.4.4 Zweidimensionale Materialgesetze für Stahl, Beton und Stahlbeton .....	527
6.4.5 Elemente mit materieller Nichtlinearität .....	535
6.5 Modellbildung .....	540
6.5.1 Stabtragwerke .....	540
6.5.2 Flächentragwerke .....	540
6.6 Nichtlineare Berechnungen in der Baustatik .....	549
<b>7 Softwaretechnische Aspekte von Finite-Element-Programmen .....</b>	<b>551</b>
7.1 Programmaufbau und Benutzeroberflächen .....	551
7.2 Netzgenerierung .....	556
7.3 Rechnerinterne Behandlung von Gleichungssystemen .....	580
7.4 Integration in die computerunterstützte Tragwerksplanung .....	567
<b>Literatur .....</b>	<b>569</b>
<b>Internet-Adressen .....</b>	<b>589</b>
<b>Finite-Element-Software .....</b>	<b>590</b>
<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>591</b>

