
Inhaltsverzeichnis

Kapitel I

Komplexe Differenzierbarkeit und Holomorphie. 1

§0	Die komplexen Zahlen	1
	Aufgaben zu §0	7
§1	Reelle Differenzierbarkeit - Komplexe Differenzierbarkeit	12
	Aufgaben zu §1	18
§2	Holomorphie.	21
	Aufgaben zu §2	22
§3	Fundamentale Eigenschaften holomorpher Funktionen	25
	Aufgaben zu §3	27
§4	Biholomorphe Abbildungen	35
	Aufgaben zu §4	37
§5	Harmonische Funktionen	41
	Aufgaben zu §5	42

Kapitel II

Folgen und Reihen von Punkten und Funktionen 45

§1	Konvergenzbegriffe und -kriterien	45
	Aufgaben zu §1	51
§2	Vertauschungssätze bei kompakter Konvergenz	56
	Aufgaben zu §2	58
§3	Potenzreihen.	65
	Aufgaben zu §3	68
§4	Laurentreihen	72
	Aufgaben zu §4	74

Kapitel III

Elementare holomorphe Funktionen. Erweiterung des Holomorphiebegriffs 77

§1	Polynome und rationale Funktionen	77
	Aufgaben zu §1	80
§2	Exponentialfunktion und Logarithmusfunktionen	83
	Aufgaben zu §2	86
§3	Potenzfunktionen und Wurzelfunktionen	89
	Aufgaben zu §3	94
§4	Erweiterung des Holomorphiebegriffs	97
	Aufgaben zu §4	105

Kapitel IV		
Konforme Abbildungen		. 109
§1 Winkel- und Orientierungstreue. Der Riemannsche Abbildungssatz		. 109
Aufgaben zu §1		. 113
§2 Gebrochen lineare Transformationen (Möbiustransformationen)		. 116
Aufgaben zu §2		. 119
§3 Liste der wichtigsten konformen Abbildungen		. 131
Aufgaben zu §3		. 150
 Kapitel V		
Integration komplexer Funktionen. Integralsätze		. 163
§1 Integralbegriffe in der Funktionentheorie		. 163
Aufgaben zu §1		. 166
§2 Holomorphie und Integrabilität		. 168
Aufgaben zu §2		. 170
§3 Der Hauptsatz der Cauchyschen Funktionentheorie		. 175
Aufgaben zu §3		. 179
§4 Parameterintegrale		. 185
Aufgaben zu §4		. 186
 Kapitel VI		
Reihen- und Produktentwicklungen holomorpher und meromorpher Funktionen		. 189
§1 Entwicklung holomorpher Funktionen auf Kreisscheiben nach Taylor		. 189
Aufgaben zu §1		. 195
§2 Entwicklung holomorpher Funktionen auf Kreisringen nach Laurent		. 201
Aufgaben zu §2		. 203
§3 Nullstellen und isolierte Singularitäten		. 207
Aufgaben zu §3		. 211
§4 Nullstellen und isolierte Singularitäten im Punkt ∞		. 219
Aufgaben zu §4		. 223
§5 Meromorphe Funktionen		. 229
Aufgaben zu §5		. 234
§6 Der Satz von Mittag-Leffler und der Weierstraßsche Produktsatz		. 238
Aufgaben zu §6		. 243
 Kapitel VII		
Das Residuenkalkül		. 253
§1 Der Residuensatz		. 253
Aufgaben zu §1		. 255
§2 Berechnung spezieller Integrale		. 263
Aufgaben zu §2		. 266
§3 Der Residuensatz für den Punkt ∞		. 278
Aufgaben zu §3		. 280

Zusammenfassungen und Übersichten285
Teil A : Zusammenfassung aller Holomorphie- und Biholomorphiecharakteristika286
Teil B : Charakterisierung einfach zusammenhängender Gebiete288
Teil C : Gegenüberstellung von Potenz- und Laurentreihe289
Teil D : Gegenüberstellung von Taylor- und Laurententwicklung290
Teil E : Übersicht über die wichtigsten holomorphen Funktionen292
Anhang A		
Topologische und ordnungstheoretische Grundbegriffe296
1. Topologische Grundbegriffe296
2. Ordnungstheoretische Grundbegriffe.300
Anhang B		
Wege und Gebiete in der Funktionentheorie302
1. Wege in der Zahlenebene \mathbb{C}302
2. Gebiete in der Zahlenebene \mathbb{C}304
3. Zusammenfassung306
Anhang C		
Erläuterungen zu häufig auftretenden Formulierungen307
Symbolverzeichnis312
Literaturverzeichnis315
Verzeichnis der Examensaufgaben aus der Bayerischen Ersten Staatsprüfung316
Sachverzeichnis318