

# Inhalt

## I Grundbegriffe der Mengenlehre

§1	Mengen und Abbildungen .....	9
§2	Vollständige Induktion .....	17
§3	Äquivalenzrelationen .....	24
§4	Ordnungsrelationen .....	27
§5	Kardinalzahlen .....	38
§6	Mächtigkeit der Potenzmengen .....	44
§7	Mächtigkeit unendlicher Mengen .....	50
I.A	Zornsches Lemma .....	52

## II Gruppen und Ringe

§8	Verknüpfungen .....	60
§9	Halbgruppen und Monoide .....	65
§10	Der Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie .....	71
§11	Gruppen .....	81
§12	Untergruppen .....	84
§13	Zyklische Gruppen .....	95
§14	Ringe .....	102
§15	Spezielle Ringelemente .....	108
§16	Nullteilerfreie Ringe und Divisionsbereiche .....	115
§17	Primringe .....	118
II.A	Untermonoide der additiven Gruppe $\mathbb{Z}$ .....	122
II.B	Untergruppen und Unterringe von $\mathbb{Q}$ .....	125
II.C	Kettenbrüche .....	128

## III Moduln und Algebren

§18	Moduln .....	154
§19	Untermoduln .....	158
§20	Ideale .....	164
§21	Lineare Gleichungen .....	169
§22	Lineare Unabhängigkeit .....	175

§23	Basen von Vektorräumen .....	180
§24	Dimension von Vektorräumen .....	184
§25	Rang freier Moduln .....	189
§26	Assoziative Algebren .....	195
§27	Freie Algebren .....	203
§28	Strukturkonstanten .....	207
III.A	Radikale .....	215
III.B	Moduln über Hauptidealringen .....	221
III.C	Direkte Produkte ohne Basen .....	228

## IV Homomorphismen von Gruppen und Ringen

§29	Isomorphismen und Homomorphismen .....	238
§30	Homomorphismen von Gruppen .....	246
§31	Homomorphismen von Ringen .....	265
§32	Restklassengruppen .....	277
§33	Restklassenringe .....	285
§34	Operieren von Monoiden .....	294
IV.A	Die Sylowschen Sätze .....	308
IV.B	Primrestklassengruppen .....	319
IV.C	Quadratische Reste .....	330
IV.D	Freie Gruppen .....	339
IV.E	Der Satz von Nielsen und Schreier .....	354

## V Homomorphismen von Moduln

§35	Homomorphismen von Moduln .....	367
§36	Grundlegende Sätze .....	376
§37	Restklassenmoduln .....	393
§38	Ringe und Moduln mit Kettenbedingungen .....	402
§39	Direkte Summen .....	412
§40	Matrizen .....	429
§41	Dualisieren .....	450
§42	Exakte Sequenzen .....	464
§43	Affine Räume .....	480
V.A	Quadratische Algebren .....	503
V.B	Projektive Moduln .....	522
V.C	Injektive Moduln .....	527
V.D	Divisible abelsche Gruppen .....	536
V.E	Moduln endlicher Länge .....	544

V.F	Eigenschaften der Matrizenringe .....	548
V.G	Halbeinfache Ringe und Moduln .....	554
V.H	Projektive Räume .....	565
V.I	Synthetische Beschreibung affiner Räume .....	583

## VI Determinanten

§44	Gerade und ungerade Permutationen .....	602
§45	Multilineare Abbildungen .....	610
§46	Determinanten von Endomorphismen .....	617
§47	Determinanten quadratischer Matrizen .....	623
§48	Entwicklung nach Zeilen und Spalten, Cramersche Regel	634
§49	Weitere Determinantensätze .....	648
§50	Die Norm bei Algebren .....	656
VI.A	Alternierende Gruppen .....	660
VI.B	Spezielle lineare Gruppen .....	664

<b>Literatur</b> .....	678
------------------------	-----

<b>Verzeichnis einiger Symbole</b> .....	680
--	-----

<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> .....	682
---	-----