

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	v
<b>1 Einführende Betrachtungen</b>	1
1.1 Koordinaten	1
1.2 Vektoren	10
1.3 Abbildungen der Ebene	17
<b>2 Vorbereitungen</b>	22
2.1 Mengen	22
2.2 Vollständige Induktion und Widerspruchsbeweis und einige Anwendungen	31
2.3 Über transfinite Induktion und das Zornsche Lemma	42
<b>3 Gruppen und Körper</b>	45
3.1 Verknüpfungen: Definitionen und Beispiele	45
3.2 Gruppen	53
3.3 Körper und Ringe. Operationen	66
<b>4 Vektorräume und affine Räume</b>	78
4.1 Definition, Beispiele und einfache Eigenschaften	78
4.2 Unterraum, Summe und Faktorraum	81
4.3 Lineare Abhängigkeit, Basis und Dimension	90
4.4 Lineare Abbildungen, I	104
4.5 Lineare Abbildungen, II	113
4.6 Der duale Raum	121
4.7 Affine Räume	129
<b>5 Matrizen, Determinanten, lineare Gleichungssysteme</b>	142
5.1 Lineare Gleichungssysteme, I	142
5.2 Determinanten	153
5.3 Erneut Matrizen	158
5.4 Lineare Gleichungssysteme, II	177
5.5 Numerische Lösung linearer Gleichungssysteme	179
5.6 Fehleranalyse	189

## VIII

<b>6 Euklidische und unitäre Vektorräume und Räume</b>	196
6.1 Skalarprodukt und Orthogonalität	196
6.2 Orthogonale und unitäre Abbildungen	206
6.3 Normalform orthogonaler und unitärer Abbildungen	212
6.4 Euklidische Räume	220
6.5 Affine Abbildungen und Bewegungen	229
6.6 Banachräume und Banachalgebren	242
6.7 Gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	251
<b>7 Polynome und Matrizen</b>	256
7.1 Polynome	256
7.2 Eigenwerte, -vektoren und charakteristisches Polynom einer Matrix	264
7.3 Diagonalisierbare Matrizen	270
7.4 Allgemeine Normalformen	274
<b>8 Lineare Optimierung</b>	289
8.1 Beispiele und Problemstellung	289
8.2 Konvexe Mengen und Funktionen	295
8.3 Lineare Optimierung. Das Simplexverfahren	302
8.4 Dualitätstheorie	318
<b>9 Multilineare Algebra</b>	323
9.1 Tensorprodukt	323
9.2 Die Grassmannalgebra	339
9.3 Vektorprodukt, Spatprodukt und Volumen	352
<b>10 Einführung in die Gruppentheorie</b>	359
10.1 Normalteiler, Faktorgruppen und Homomorphismen	359
10.2 Abelsche Gruppen	371
10.3 Fortführung der Gruppentheorie	384
10.4 Die Sylow-Sätze	394
<b>11 Affine Geometrie</b>	402
11.1 Hyperflächen 2. Ordnung	402
11.2 Keplersche Gesetze und Kegelschnitte	412
11.3 Ellipsen	416
11.4 Hyperbeln	430
11.5 Parabeln	435

<b>12 Projektive Geometrie</b>	440
12.1 Die projektive Ebene	440
12.2 Der projektive Raum	456
12.3 Dualität in projektiven Räumen	468
12.4 Der affine Raum als Teilraum des projektiven Raumes	473
12.5 Das Doppelverhältnis	481
12.6 Quadratische Formen und Kegelschnitte	491
12.7 Kegelschnitte und Polaritäten in der projektiven Ebene	504
<b>13 Geometrien</b>	514
13.1 Erlanger Programm	514
13.2 Gebrochen-lineare Transformationen	534
13.3 Das Poincarésche Modell der nicht-euklidischen Ebene	541
13.4 Sphärische Trigonometrie und Navigation	557
13.5 Über die elliptische Ebene	573
13.6 Projektive Maßbestimmungen	576
<b>14 Über Grundlagen der Geometrie</b>	587
14.1 Axiome der euklidischen Ebene	587
14.2 Begründung der analytischen Geometrie	594
14.3 Herleitung der benutzten Sätze aus den Axiomen	604
14.4 Über den Satz des Pythagoras und ähnliche Dreiecke	609
<b>15 Umsetzung der Algorithmen in ein einfaches   Algebrasystem</b>	614
<b>Literatur</b>	636
<b>Index</b>	640
<b>Symbole</b>	651