



Leseprobe

Jens J. Göttsche, Maritta Petersen

Festigkeitslehre - klipp und klar

für Studierende des Bauingenieurwesens

ISBN (Buch): 978-3-446-44277-1

ISBN (E-Book): 978-3-446-44408-9

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-44277-1>

sowie im Buchhandel.

Vorwort zur 3. Auflage

Dieses Lehrbuch richtet sich vorrangig an Studierende des Bauingenieurwesens im Grundstudium. Aber auch Studierenden aus anderen Ingenieurfächern kann das Buch nützlich sein. Die Festigkeitslehre ist häufig ein ungeliebtes Teilgebiet der Statik, in dem viele Studierende oft Formeln anwenden, ohne deren Grundlagen zu kennen. Dieses Buch hat sich zum Ziel gesetzt, die Festigkeitslehre und deren grundlegende Zusammenhänge durch gründliche Aufbereitung der theoretischen Grundlagen in vielen Teilschritten zu verdeutlichen. Dabei wird klargestellt, dass die Festigkeitslehre nicht eine so exakte Wissenschaft wie die Mathematik ist, sondern auf vielen Vereinfachungen, Hypothesen und Reglementierungen basiert. Viele anschauliche Grafiken sowie zahlreiche Anwendungsbeispiele tragen zum Verständnis bei.

Das Buch gliedert sich inhaltlich in sieben Kapitel. Zunächst werden die Grundbegriffe der Festigkeitslehre und die wichtigsten mechanischen Zusammenhänge erläutert. *Kapitel 2* beschäftigt sich mit der Ermittlung von Querschnittswerten von stabförmigen Bauteilen. In den drei nachfolgenden *Kapiteln 3 bis 6* werden die grundlegenden Beanspruchungsarten des Stabes, nämlich Biegung mit und ohne Normalkraft, Querkraft und Torsion angesprochen. Dabei werden Wege zur Spannungsberechnung aufgezeigt und das zugehörige Tragverhalten von Stäben mit unterschiedlichen Querschnitten erklärt. Die Stabilität von stabförmigen Bauteilen wird in *Kapitel 6* behandelt. Dabei werden unterschiedliche Stabilitätsphänomene beschrieben und die Schnittgrößenermittlung am verformten System vorgestellt. *Kapitel 7* behandelt ergänzend Sonderprobleme der Festigkeitslehre. Begriffe wie „klaffende Fuge“, Hauptspannungen, Spannungszustände, Vergleichsspannung oder Mohrscher Spannungskreis und Festigkeitshypothesen werden eingehend erläutert.

Jedes Kapitel enthält zahlreiche praktische Aufgaben, die die Studierenden zum selbstständigen Bearbeiten und Vertiefen des Lehrstoffes ermutigen sollen. Dazu werden im letzten *Kapitel 8* die Lösungen aufgezeigt. Zur weiteren Anregung und Unterstützung beim Lernen stehen im Internet weiterhin unter www.goettsche-web.de einige überarbeitete Excel-Dateien zum Download bereit, mit denen typische Aufgaben der Festigkeitslehre gelöst werden können.

Bestärkt durch die zahlreichen und dankbar aufgenommenen Zuschriften unserer Leser haben wir die inhaltliche Schwerpunktsetzung, das Layout und die Struktur der zweiten Auflage beibehalten. Aufmerksame Leser haben uns auf kleinere Fehler hingewiesen, die wir gerne korrigiert haben. Uns ist bewusst, dass bestimmte Themengebiete wie z.B. die Wölbkrafttorsion mit Blick auf die Zielsetzung dieses Buches nur knapp behandelt werden können. Für den interessierten Leser verbleibt hier nur der Hinweis auf weiterführende Literatur.

Anregungen zur Verbesserung dieses Buches zur Festigkeitslehre werden weiterhin gern entgegengenommen.

Inhalt

1	Einführung	9
1.1	Warum Festigkeitslehre?	9
1.2	Modellbildung	12
1.3	Einwirkungen, Beanspruchungen	14
1.4	Schnittgrößen, Spannungen	16
1.5	Verzerrungen, Verformungen	20
1.6	Werkstoffverhalten	25
2	Querschnittskennwerte	33
2.1	Vorbemerkung	33
2.2	Flächenmomente	33
2.3	Transformation auf ein gedrehtes Achsensystem	41
2.4	Hauptträgheitsmomente, Hauptachsen	43
2.5	Widerstandsmomente	46
2.6	Trägheitsradien	47
3	Balkenbiegung	50
3.1	Allgemeines	50
3.2	Symmetrische Querschnitte mit einachsiger Biegung	52
3.3	Symmetrische Querschnitte mit zweiachsiger Biegung	58
3.4	Beliebige Querschnitte mit zweiachsiger Biegung	62
3.5	Biegung mit Normalkraft	64
3.6	Biegelinie	70
4	Querkraft	74
4.1	Allgemeines	74
4.2	Schub in einfach symmetrischen, dünnwandigen offenen Querschnitten	77
4.3	Schub in geschlossenen symmetrischen Querschnitten	89
4.4	Schubmittelpunkt	90
5	Torsion	93
5.1	Allgemeines	93
5.2	St.-Venantsche Torsion	97
5.3	Wölbkrafttorsion	109

6	Stabilitätsprobleme	111
6.1	Allgemeine Betrachtungen	111
6.2	Elastisches Knicken gerader Stäbe	118
6.3	Biegeknicken im plastischen Bereich	127
6.4	Weitere Versagensfälle durch Instabilität	132
7	Ergänzende Themen	135
7.1	Ausfall der Zugzone	135
7.2	Spannungszustände, Hauptspannungen	142
7.3	Verzerrungszustände, Elastizitätsgesetz	152
7.4	Festigkeithypothesen	161
7.5	Sicherheitskonzept	165
8	Lösungen	170
8.1	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 1	170
8.2	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 2	174
8.3	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 3	182
8.4	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 4	187
8.5	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 5	188
8.6	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 6	190
8.7	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 7	196
	Literaturverzeichnis	202
	Index	203

5 Torsion

5.1 Allgemeines

Wenn ein Träger um die eigene Längsachse gedreht wird, wird er tordiert und erhält als Beanspruchung ein Torsionsmoment M_x . In *Bild 5.1* sieht man, wie Torsionsmomente entstehen, nämlich in dem Kräfte in z-Richtung F_z auf einem Hebelarm e_y oder Kräfte in y-Richtung F_y auf einem Hebelarm e_z wirken. Der Hebelarm e_y bzw. e_z ist dabei der Abstand der Kraft F_z bzw. F_y vom Schubmittelpunkt.

In *Abschn. 4.4* wurde hergeleitet, dass Kräfte, deren Wirkungslinien nicht durch den Schubmittelpunkt gehen, Torsion erzeugen.

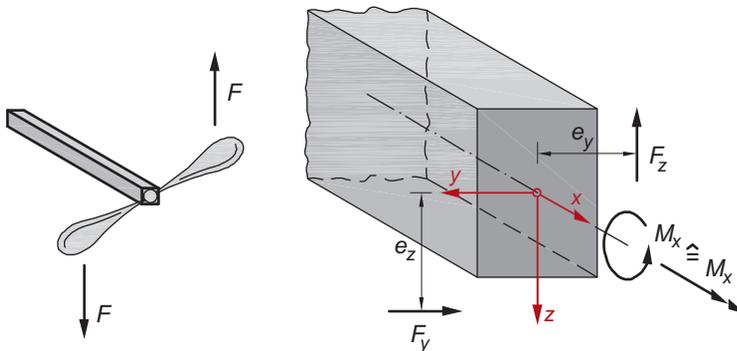


Bild 5.1 Torsionsmomente

Im linken Teil von *Bild 5.1* ist auch die anschauliche Wirkung des Torsionsmomentes dargestellt. Wird ein Propeller angetrieben, d.h. verdreht, erhält er Torsionsmomente. Kräfte in x-Richtung bewirken Biegemomente – niemals Torsionsmomente. Sie würden den Propeller verbiegen.

Die Berechnung der Spannungen infolge Torsion ist nicht einfach und von der Querschnittsform abhängig. Grundsätzlich werden Querschnitte in **wölbefreie** und **nichtwölbefreie** Querschnitte unterschieden. Um die Unterscheidung deutlich zu machen, soll ein Experiment durchgeführt werden.

Ein loses Blatt Papier – siehe *Bild 5.2* links – wird aufgerollt, in beide Hände genommen und gegenseitig verdreht. Nach dem Verdrehen sieht man, dass sich die Endquerschnitte verschoben haben. In *Bild 5.2* haben sie sich um das Maß u verschoben. Träger, deren Endquerschnitte nach der Beanspruchung nicht mehr eben sind, werden als nichtwölbefreie Querschnitte bezeichnet.

Torsionsmomente werden in der Literatur auch mit M_T bezeichnet.

Ein Torsionsmoment ist positiv, wenn der Momentenvektor – der Drehvektor – am linken Schnittpunkt (ist im rechten Teil von *Bild 5.1* dargestellt) in positive x-Richtung zeigt. Oder: Wenn man in Richtung der x-Achse schaut, muss sich das Moment im Uhrzeigersinn drehen.

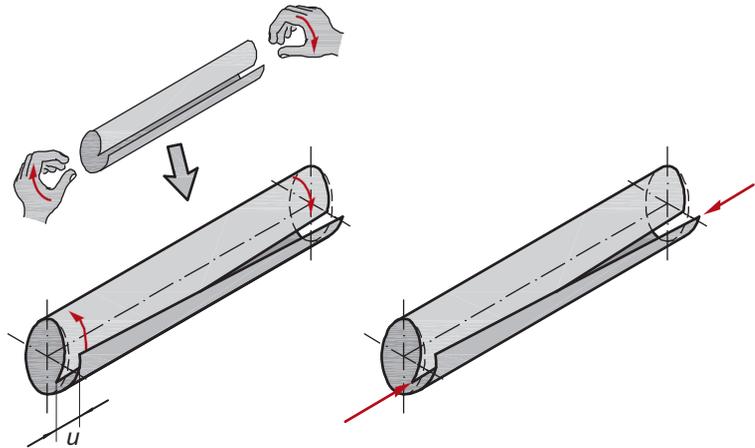


Bild 5.2 Experiment Papierrolle

Die St.-Venantsche Torsion wird nach Adhemar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797 bis 1886) genannt, der als Ingenieur am Bau des Kanals von Nivernais und am Ardennekanal mitarbeitete und bedeutende Arbeiten zur Festigkeitslehre veröffentlichte.

Torsion bei wölbefreien Querschnitten und bei Querschnitten, die sich ungehindert verschieben können, wird als reine oder **St.-Venantsche Torsion** bezeichnet. Bei St.-Venantscher Torsion werden die Torsionsmomente nur durch Schubspannungen τ abgetragen. Diese werden auch als primäre Schubspannungen bezeichnet. Die Berechnung dieser Schubspannungen wird in *Abschn. 5.2* gezeigt.

Das Experiment aus *Bild 5.2* soll erneut betrachtet werden. Nachdem die Papierrolle verdreht worden ist, entstand ein Versatz u des Endquerschnittes in Längsrichtung. Soll dieser Versatz, der auch als Verwölbung bezeichnet wird, wieder rückgängig gemacht werden, müssen Kräfte in Längsrichtung der Papierrolle aufgebracht werden (siehe *Bild 5.2* rechter Teil). Kräfte in Längsrichtung bewirken Normalkräfte und Biegemomente und damit Normalspannungen im betrachteten Träger. Da die Biegemomente meistens nicht konstant verlaufen, verursachen sie Querkräfte und damit auch Schubspannungen. Torsion an nichtwölbefreien Querschnitten, bei denen die Verwölbung der Endquerschnitte behindert wird, die sich also nicht verwölben können, wird als **Wölbkrafttorsion** bezeichnet. Bei Wölbkrafttorsion werden die Torsionsmomente neben St.-Venantscher Torsion durch Normalspannungen σ_x und Schubspannungen τ abgetragen, die auch sekundäre Schubspannungen genannt werden. Spannungen aus Wölbkrafttorsion sind sehr aufwändig zu berechnen. In *Abschn. 5.3* wird ein Näherungsverfahren gezeigt.

Die lose zusammengerollte Papierrolle ist, wie das Experiment gezeigt hat, ein nichtwölbefreier Querschnitt. Wodurch werden nun wölbfreie von nichtwölbefreien Querschnitten unterschieden? *Bild 5.3* zeigt eine Einteilung der Querschnitte.

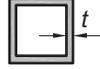
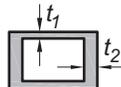
		wölbfrei	nicht wölbfrei
geschlossen	voll		 
	hohl	 	 
offen		  	  

Bild 5.3 Einteilung der Querschnitte

Wölbfrei sind Kreis-, Kreisringquerschnitte, quadratische Hohlquerschnitte mit konstanter Wanddicke sowie Querschnitte aus dünnwandigen Querschnittsteilen, deren Schwerlinien sich in einem Punkt treffen. Beliebige Hohlquerschnitte und beliebige Vollquerschnitte sind zwar nicht wölbfrei, weisen aber unter Torsionsbeanspruchung so geringe Verwölbungen auf, dass sie wie wölbfreie Querschnitte behandelt werden können. Offene dünnwandige Querschnitte (in Bild 5.3 unten rechts) sind nicht wölbfrei und müssen bei Behinderung der Endquerschnitte mit der Theorie der Wölbkrafttorsion berechnet werden. Die Behinderung der Verwölbung kann durch Einspannungen, andere Querschnitte, dicke Kopfplatten oder Ähnliches erfolgen.

Bevor Spannungen aus Torsionsmomenten berechnet werden, wird noch die Berechnung von Torsionsmomenten gezeigt.

In der Statik rechnen wir fast immer in ebenen Systemen. Fast alle baupraktischen Probleme lassen sich auf ebene Systeme reduzieren. Die Verteilungen von zusätzlichen Biegemomenten M_z und Torsionsmomenten M_x müssen an räumlichen Systemen ermittelt werden. Dafür muss geklärt werden, welches Auflager Torsionsmomente aufnehmen kann. Ein klassisches Auflager ist in Bild 5.4 dargestellt: die **Gabellagerung**. Eine Gabellagerung ist typisch für Hochbauträger, sie kann Vertikalkräfte in z -Richtung F_z , Horizontalkräfte in y -Richtung F_y und Torsionsmomente M_x aufnehmen. Die Torsionsmomente werden bei einer Gabellagerung als horizontales Kräftepaar (Kräfte F_y mit Hebelarm e_z) abgetragen. Die Gabellagerung ist ein Biegemomentengelenk, Biegemomente können nicht aufgenommen werden. Ein klassischer Einfeldträger, der an beiden Seiten infolge der Gelenke keine Biegemomente aufnehmen kann, muss als räumliches System mindestens auf einer Seite eine Gabellagerung besitzen, um

Die Papierrolle ist als offener dünnwandiger Kreisquerschnitt und damit als nicht wölbfreier Querschnitt einzuordnen.

Querschnitte aus Holz oder Stahlbeton sind meistens Vollquerschnitte. Im Stahlbetonbau sind auch Hohlquerschnitte möglich. Offene dünnwandige Querschnitte und damit die Wölbkrafttorsion treten eigentlich nur im Stahlbau auf. So wird auch an vielen Hochschulen die Wölbkrafttorsion nicht in der Festigkeitslehre sondern im Fach Stahlbau gelehrt.

Wer noch nicht die Berechnung der Schnittgrößen an statisch bestimmten Systemen beherrscht, fahre mit *Abschn. 5.2* fort.

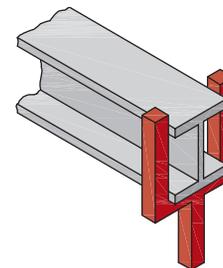


Bild 5.4 Gabellagerung

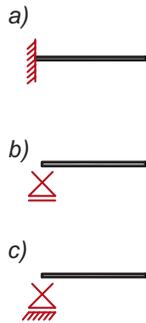


Bild 5.5 Auflagersymbole

nicht verschieblich zu sein. Eine weitere Möglichkeit, Torsionsmomente aufzunehmen, ist die Volleinspannung, sie nimmt alle Kräfte in allen drei Achsen F_x, F_y, F_z und alle Momente um alle drei Achsen M_x, M_y, M_z auf.

Für Träger, die eigentlich eben berechnet werden sollen (Schnittgrößen: N, M_y, V_z) und zusätzlich durch Torsionsmomente beansprucht werden, gibt es besondere Auflagersymbole, die in Bild 5.5 dargestellt sind. Diese Auflager können folgende Schnittgrößen aufnehmen:

- a) N, V_z, M_y, M_x
- b) V_z, M_x
- c) N, V_z, M_x

Wenn ein Einfeldträger an beiden Seiten Torsionsmomente aufnehmen kann, ist er statisch unbestimmt. Hier hilft die Querkraftanalogie, die Verteilung der Torsionsmomente zu bestimmen.

Die Verteilung der Torsionsmomente M_x verhält sich unter der Beanspruchung von Einzeltorsionsmomenten M_t oder Streckentorsionsmomenten m_t analog zu Verteilung der Querkraft V unter der Beanspruchung von Einzellasten P oder Streckenlasten q . Die einzelnen Verläufe sind in Bild 5.6 zu sehen.

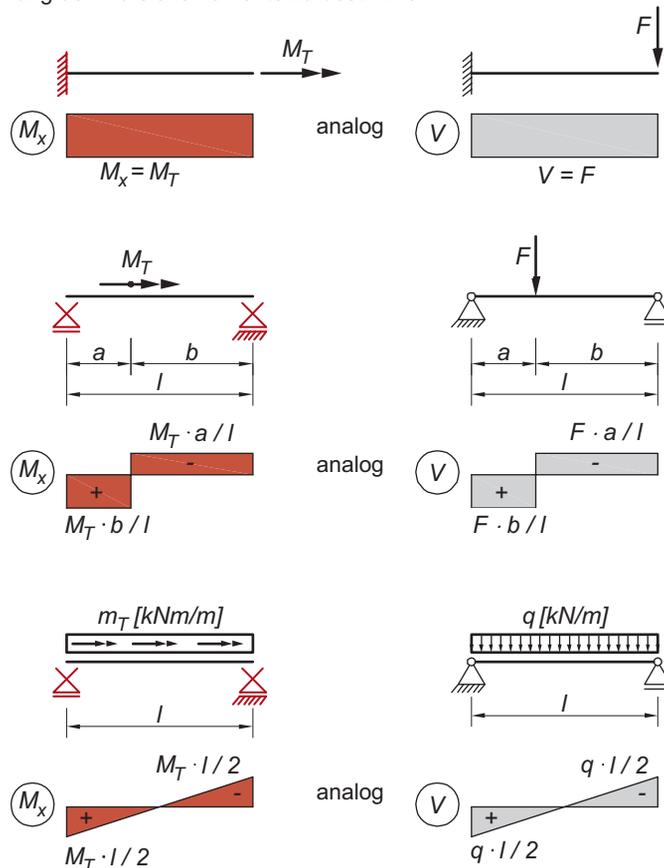


Bild 5.6 Querkraftanalogie

5.2 St.-Venantsche Torsion

Torsionsmomente werden bei wölbfreien Querschnitten, bei Querschnitten mit nur geringer Verwölbung (allgemeine Hohl- und Vollquerschnitte) und bei nichtwölbfreien Querschnitten (offene dünnwandige Profile), bei denen sich die Verwölbung ungehindert einstellen kann, durch St.-Venantsche Torsion abgetragen. In *Bild 5.7* wird ein Träger mit einem Vollkreisquerschnitt – einem wölbfreien Querschnitt – durch ein Torsionsmoment beansprucht.

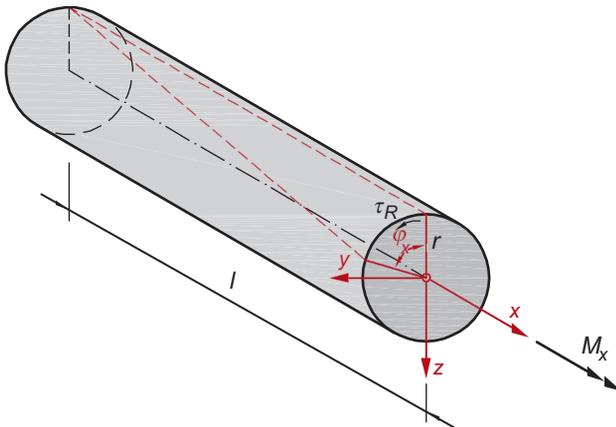


Bild 5.7 Kreisquerschnitt unter Torsionsbelastung

Die Formänderungen wachsen linear mit dem Abstand zur Drehachse. Da zwischen Verformungen und Spannungen ein linearer Zusammenhang besteht, wachsen auch die Spannungen (siehe *Bild 5.8*) linear an.

$$\tau(\rho) = \frac{\rho}{r} \cdot \tau_R \quad (5.1)$$

Die Schubspannungen verlaufen im Kreis, da die Integration der Schubspannungen wieder das Torsionsmoment M_x ergeben muss. Ein infinitesimales Kreisringelement nach *Bild 5.9* hat die Größe

$$dA = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot d\rho \quad (5.2)$$

Werden die Spannungen über den Kreisring integriert, entstehen Kräfte, die den Hebelarm ρ zum Schwerpunkt haben.

$$dM_x = \tau(\rho) \cdot dA \cdot \rho = \frac{\rho^2}{r} \cdot \tau_R \cdot dA \quad (5.3)$$

$$M_x = \int_0^r dM_x = \frac{\tau_R}{r} \cdot \int_0^r \rho^2 dA \quad (5.4)$$

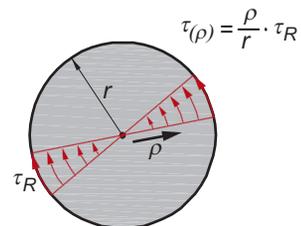


Bild 5.8 Schubspannungen im Kreisquerschnitt

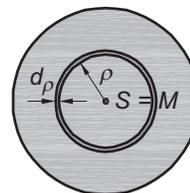


Bild 5.9 Integration der Schubspannungen

Dabei ist analog zum *Abschn. 2.2*

$$I_p = \int_0^r \rho^2 dA \quad (5.5)$$

das polare Trägheitsmoment. Beim Kreisquerschnitt ist

$$I_p = \int_0^r \rho^2 dA = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^r \rho^3 d\rho = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r^4}{4} = \frac{\pi \cdot r^4}{2} = I_y + I_z \quad (5.6)$$

Das polare Trägheitsmoment wird bei Torsionsbeanspruchung auch als **Torsionsträgheitsmoment** I_T bezeichnet. Im Weiteren wird nur noch I_T verwendet.

So ergibt sich für den **Kreisquerschnitt** die Schubspannungsverteilung

$$\tau(\rho) = \frac{M_x}{I_p} \cdot \rho = \frac{M_x}{I_T} \cdot \rho \quad (5.7)$$

mit der maximalen Schubspannung

$$\tau = \frac{M_x}{I_T} \cdot r \quad (5.8)$$

Für **dickwandige Hohlquerschnitte** nach *Bild 5.10* lautet I_T

$$I_T = \frac{\pi}{2} \cdot (r_a^4 - r_i^4) \quad (5.9)$$

Für die maximale Schubspannung wird für dickwandige Hohlquerschnitte in *Gl. (5.8)* für den Radius r der Außenradius r_a eingesetzt.

Man kann sich einfach vorstellen, wie die Schubspannung infolge Torsion in einem Kreisquerschnitt verteilt ist. Schwieriger wird es bei Rechteckquerschnitten oder beliebigen Vollquerschnitten. Dazu helfen verschiedene Analogien.

Die **Strömungsanalogie** vergleicht die Torsionsspannungsverteilung mit einem Wasserstrudel. Im Strudel nach *Bild 5.11* sind am Rand die Strömungsgeschwindigkeiten und damit die Schubspannungen größer. In den Ecken gibt es keine Strömung und damit auch keine Schubspannung. An dünnen Querschnittsteilen ist der Strudel schneller als an breiten Teilen. Eine Analogie des Wasserflusses wurde bereits in *Kapitel 4* vorgestellt.

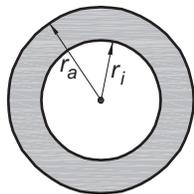


Bild 5.10 Dickwandiger Hohlquerschnitt

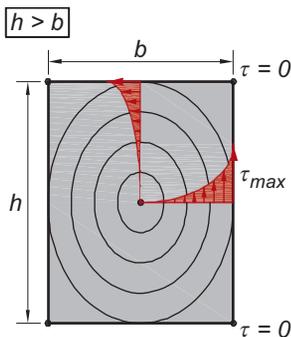


Bild 5.11 Strömungsanalogie

Die Strömungsanalogie wurde von Ludwig Prandtl (1875 bis 1953) entwickelt.

Eine andere Analogie ist die **Seifenhautanalogie**. Über eine Öffnung in Form des untersuchten Querschnittes wird eine Membran – eine Seifenhaut – gespannt und unter Druck gesetzt. Das Maß der Steigung der Sei-

fenhaut ist ein Maß für die Größe der Schubspannung. Wird die Seifenhaut wie in *Bild 5.12* mit Höhenlinien versehen, so bedeutet eine dichtere Lage der Höhenlinien größere Schubspannungen. Maxima und Minima der Seifenhaut sind dann Nullpunkte der Schubspannungsverteilung.

Auch die **Seifenhautanalogie** wurde von Prandtl aufgestellt.

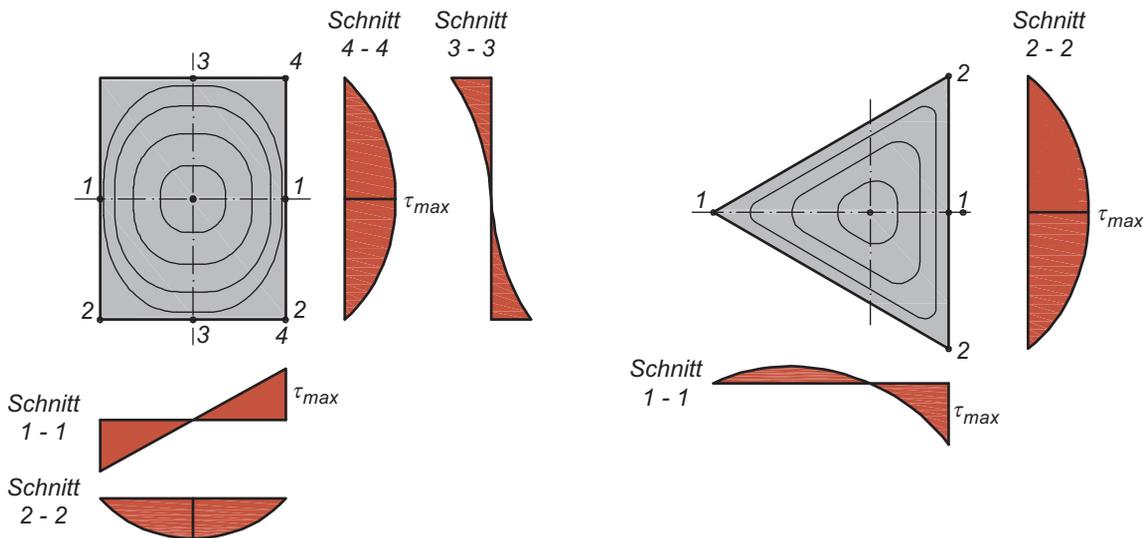


Bild 5.12 Seifenhautanalogie

In *Bild 5.12* ist analog zu den Höhenlinien der Seifenhaut der qualitative Verlauf der Schubspannungen (ohne Richtungsangabe) angegeben. Aus den Analogien ist ersichtlich, dass bei einem Rechteckquerschnitt nach *Bild 5.13* die maximale Schubspannung auf der längeren Seite auftaucht. Für Rechtecke mit $h \geq b$ lassen sich die maximalen Schubspannungen in zwei Alternativen beschreiben.

$$\max \tau = \frac{M_x}{I_T} \cdot b \quad (\text{gilt nur für } h \geq 6 \cdot b) \quad (5.10)$$

$$\max \tau = \frac{M_x}{W_T} \quad (5.11)$$

$$W_T = \eta_1 \cdot b^2 \cdot h \quad (5.12)$$

$$I_T = \eta_2 \cdot b^3 \cdot h \quad (5.13)$$

η_1 und η_2 sind vom Verhältnis des Seitenverhältnisses h/b abhängig in *Tabelle 5.1* angegeben.

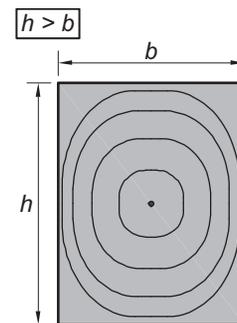


Bild 5.13 Rechteckquerschnitt

Das Torsionsträgheitsmoment I_T ist erforderlich, um die Verformungen aus der Torsionsverdrehung zu berechnen.

Tabelle 5.1 Beiwerte für die Torsionswiderstände eines Rechteckquerschnittes $h \geq b$

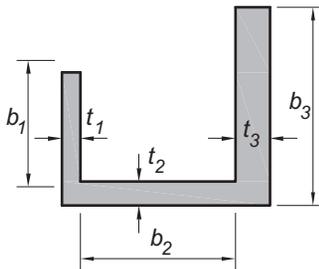
h/b	1	1,5	2	3	4	10	∞
η_1	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,313	0,333
η_2	0,140	0,196	0,229	0,263	0,281	0,313	0,333

Offene dünnwandige Profile sind meistens aus einzelnen dünnwandigen Rechtecken zusammengesetzt. Für ein dünnwandiges Profil nach *Bild 5.14* gilt

$$I_T = \frac{\eta}{3} \cdot (t_1^3 \cdot b_1 + t_2^3 \cdot b_2 + t_3^3 \cdot b_3 + \dots) = \frac{\eta}{3} \cdot \sum t_i^3 \cdot b_i \quad (5.14)$$

Für η können für die typischsten Profile Schätzwerte angegeben werden.

$\eta \approx 1,0$	für L-Profile
$\eta \approx 1,15$	für große, geschweißte I-Profile
$\eta \approx 1,30$	für gewalzte I-Profile

**Bild 5.14** Offenes dünnwandiges Profil

Die maximalen Schubspannungen in einem offenen dünnwandigen Profil gelten dann:

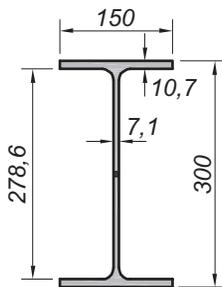
$$\max \tau = \frac{M_x}{I_T} \cdot \max t \quad (5.15)$$

Beispiel 5.1

Für Stahlbauprofile sind in Nachschlagewerken wie [1] die Torsionsträgheitsmomente angegeben. In diesem Beispiel soll versucht werden, für das Profil IPE 300 nach *Bild 5.15* das Torsionsträgheitsmoment zu berechnen. Der IPE 300 ist ein gewalztes Profil, so ist $\eta \approx 1,30$.

Dann ist nach *Gl. (5.14)*

$$I_T = \frac{1,30}{3} \cdot (2 \cdot 1,07^3 \cdot 150 + 0,71^3 \cdot 278,6) = 20,24 \text{ cm}^4$$

**Bild 5.15** Profil IPE 300 (Maße in mm)

In [1] wird als Torsionsträgheitsmoment $I_T = 20,1 \text{ cm}^4$ angegeben. Für ein Torsionsmoment $M_x = 2,0 \text{ kNm}$ lautet nach *Gl. (5.15)* die maximale Schubspannung

$$\tau = \frac{2,0 \cdot 100}{20,1} \cdot 1,07 = 10,6 \text{ kN/cm}^2$$

Das Torsionsmoment in kNm muss in kNcm umgerechnet werden.

Index

A

Abminderungsfaktor 130, 132
 Achsdehnungen 23
 allgemeine Spannungsgleichung 56, 66
 allgemeiner ebener Spannungszustand 143f.
 anisotrop 126
 Auflager 95f.
 Auflagerreaktionen 11, 16
 Auflagersymbol 96
 ausgelegte Lage 116, 118
 Ausmittigkeit 141f.

B

Beanspruchbarkeit 9, 11, 165
 Beanspruchung 9, 11, 14ff., 20, 25
 Begrenzungslinien der Kernfläche 138
 Bemessungssituation 167
 Bernoulli-Hypothese 51, 53
 Beulen 134
 Beulfelder 134
 Beulfigur 134
 Bezugskoordinatensystem 34, 36
 Biegedrillknicken 133
 Biegeknicken 127, 132
 Biegelinie 70ff., 121, 122
 Biegemoment 16, 50, 52, 58, 66, 95
 Biegemomentengelenk 95
 Biegung 13, 19, 50ff., 58f., 62, 64, 70
 Bredtsche Formel 102ff.

D

Dehnung 13, 20f., 23f., 26ff., 152f., 157f.
 Deviationsmoment 36, 38
 Dichtefunktion 166
 dickwandiger Hohlquerschnitt 98, 103
 Differenzialgleichung 119f., 152
 Dimensionierung 136, 143
 Drehfederkraft 114
 Drillknicken 132
 Druckkraft 111
 Druckspannung 56f., 60, 63, 69, 136, 162

Druckspannungskeil 135f.
 Dübelformel 89
 Duktilität 28
 dünnwandige Querschnitte 76, 84
 dünnwandiger Hohlquerschnitt 103
 Durchbiegung 58, 70ff.
 dynamische Einwirkungen 15

E

Eigenspannung 129
 Eigenträgheitsmoment 38, 40
 Eigenwert 122
 Eigenwertgleichung 122
 einachsige Biegung 51f.
 einachsiger Spannungszustand 142, 161f.
 Einwirkung 14f., 22, 111, 161, 166ff.
 Einwirkungskombination 15
 elastisches Knicken 128
 Elastizitätsmodul 27, 30, 107, 112, 126
 Elastostatik 11
 Endquerschnitt 101
 Engessersche Knickspannung 129
 Engesserscher Knickmodul 129
 Eulerfall 122
 Euler-Formel 122, 127f.
 Euler-Hyperbel 124, 131
 Exzentrizität 111, 121, 136ff.

F

Festigkeitshypothese 161
 Flächenmoment 33, 36
 Flächenmoment 1. Ordnung 34
 Flächenmoment 2. Ordnung 36
 Flächenschwerpunkt 136f., 139
 Flächenträgheitsmoment 41, 45, 47f.
 Flächentragwerk 12, 148
 Fließen 161
 Fließgrenze 28
 Formänderung 20, 28f., 51, 70, 97, 153f., 163
 Fraktile 166

G

Gabellagerung 95
 Gaußsche Flächenformel 40
 Gebrauchstauglichkeit 11, 165, 169
 Gebrauchstauglichkeitskriterien 169
 geometrisch nichtlinear 112
 geschlossener Querschnitt 89, 101
 Gestaltsänderungsenergie 163
 Gestaltsänderungsenergiehypothese 161, 163f.
 Gleichgewicht 16, 26, 75, 77, 91f., 145, 152
 Gleichgewichtsbedingung 119
 Gleichgewichtslage 112, 114, 116f.
 Gleitmodul 30, 32
 Gleitung 20, 22, 154, 157
 Grenzspannung 131
 Grenzzustand 165

H

Hauptachse 44ff., 49, 51, 125, 137
 Hauptachsensystem 62ff., 66, 87, 147, 154f., 159
 Hauptnormalspannung 146, 150
 Hauptschubspannung 150
 Hauptspannung 146ff., 162
 Hauptspannungsrichtung 144, 147, 162
 Hauptspannungstrajektorie 148
 Hauptspannungszustand 143
 Hauptträgheitsmoment 44, 46, 62
 Hohlquerschnitt 90
 homogene Differenzialgleichung 120
 Hookesches Gesetz 27, 29, 31f., 71, 118, 136, 153

I

ideales Biegedrillknickmoment 133
 Imperfektion 116
 indifferentes Gleichgewicht 117
 inhomogene Differenzialgleichung 120
 Invariante 149
 isotrop 118

K

Kernfläche 105, 137ff.
 Kippen 9
 klaffende Fuge 136
 Knicken 9, 13, 116, 118, 122, 126ff.
 Knickfigur 122f.
 Knicklänge 122ff., 131
 Knicklast 116, 122, 124ff., 133
 Knickspannung 124, 126ff.
 Knickspannungslinien 131
 Kombinationsbeiwert 167
 Koordinatenachsen 33f., 36, 38
 Koordinatensystem 19
 Kräftepaar 52, 54, 65, 92, 95, 110
 Kreisquerschnitt 97f., 103f.
 kritische Belastung 115
 Krümmung 23, 24, 70ff.
 Krümmungsradius 70ff.

L

labile Gleichgewichtslage 117
 Längenänderung 20, 26, 28ff., 152, 159, 161
 Lastangriffspunkt 136f.
 Lastkombination 167
 Lastresultierende 136
 Last-Verformungsdiagramm 26, 112f., 117
 lineare Spannungsverteilung 53, 67
 linear-elastisch 27f.
 Linearisierung 115
 Linientragwerk 12

M

Matrizenschreibweise 31
 Mohrscher Spannungskreis 150
 Moment 52ff., 58, 61, 63
 Momentenlinie 73
 Momentenvektor 58f.

N

Näherungslösung 86
 neutrale Faser 59
 nichtwölbfreier Querschnitt 93, 97
 Normalkraft 16, 20, 52, 64ff., 111, 136f.

Normalspannung 18, 20, 30, 53, 58, 62, 71, 74, 94, 143, 157
 Normalspannungshypothese 161f.
 Nulllinie 59, 61, 64

O

offener dünnwandiger Querschnitt 100f., 109

P

paarweise Gleichheit 76, 88, 144
 partikulärer Lösungsanteil 120
 plastisch 28
 Plastizierung 86
 polares Flächenträgheitsmoment 41
 polares Trägheitsmoment 98
 Proportionalitätsgrenze 27f., 127ff.

Q

Querdehnzahl 29, 32, 107
 Querkraft 16, 52, 74, 77, 80, 82, 84, 87, 89, 90, 92
 Querkraftanalogie 96
 Querschnittsfläche 33ff., 38, 40f., 43, 48
 Querschnittskennwert 33f., 41ff., 49, 59, 62, 64, 69

R

Rechteckquerschnitt 77, 80ff., 87, 99, 104, 106
 Rissbildung 135
 rotationssymmetrischer Querschnitt 45

S

Scherspannung 74
 Schlankheitsgrad 124ff., 132f.
 Schnittgrößen 11, 14, 16f., 20, 24f., 50, 96, 111f., 115, 119
 Schnittprinzip 16
 Schub 13, 30
 Schubfluss 84, 89, 92, 102, 106
 Schubkraft 88
 Schubmittelpunkt 51, 90, 92f.
 Schubmodul 107, 157
 Schubspannung 74ff., 81ff., 87, 89, 97ff., 102, 104, 143f., 157, 162

Schubspannungshypothese 161f., 164
 Schubspannungsverteilung 76, 79ff., 84ff., 89
 Schwereachse 102
 Schwerpunkt 35ff., 46ff., 51, 53ff., 62, 65, 69, 75, 82f., 88, 90, 92
 Schwerpunktsberechnung 35, 39
 Schwerpunktskoordinaten 35
 Seifenhautanalogie 98f.
 Sicherheitskonzept 15
 Sohlfuge 136
 Spannung 17ff., 25ff., 30, 52ff., 56, 58ff., 63f., 66, 68ff., 137, 153, 158, 161f.
 Spannungsänderung 151
 Spannungs-Dehnungsdiagramm 26, 27
 Spannungs-Dehnungsverhalten 154, 156
 Spannungskomponente 19, 22, 143
 Spannungsnulllinie 59ff., 140
 Spannungsergebnis 79
 Spannungsverteilung 53, 56ff., 60, 67
 Spannungs-Verzerrungsbeziehungen 159
 Spannungszustand 19ff., 151, 158
 St.-Venantsche Torsionssteifigkeit 133
 St.-Venantsche Torsion 94, 97, 109
 Stabachse 16, 19, 23, 27, 33, 36, 50f., 65, 70
 stabile Gleichgewichtslage 117
 Stabilität 115f., 121
 Stabilitätstheorie 116, 118
 Stabtragwerk 33
 Ständige Einwirkungen 166
 Statisches Moment 34, 79, 80, 82ff., 91
 Steinerscher Satz 38
 Strömungsanalogie 98, 102
 Stützenschiefstellung 115
 Superpositionsprinzip 112
 Symmetrieachse 35, 38, 45, 47
 Systemversagen 113f.

T

Tangentialspannung 18, 20, 22, 29
 Teilsicherheitsbeiwert 165ff.
 Temperaturänderung 30f., 153, 157
 Theorie I. Ordnung 111, 113ff., 119
 Theorie II. Ordnung 112, 114f., 118f.
 Torsion 13, 93
 Torsionsmoment 16, 92f., 97, 100f., 105ff.

Torsionssteifigkeit 104
Torsionsträgheitsmoment 100, 103, 106, 108
Tragfähigkeit 11, 161, 164f., 167, 169
Trägheitsmoment 36, 42, 44f., 49, 62, 80, 85, 90, 112
Trägheitsradius 47, 126, 131, 139
Tragsicherheit 9, 11, 136, 161
Tragsicherheitsnachweis 56
Tragsystem 11
Tragwerk 9, 11, 14, 16f., 33, 111ff.
Tragwerksmodell 10ff., 25
Transformation 37, 41ff., 49, 145, 148

U

unverformtes System 111f., 119
unverschieblich 125

V

veränderliche Einwirkungen 166
Verdrehung 14, 20, 24, 107, 108
verformtes System 112

Verformungen 9, 11f., 20, 24, 25, 50, 72, 111, 114f., 118f.
Verformungsbehinderungen 14, 19
Verformungsgleichung 121
Vergleichsspannung 162ff.
verschieblich 96, 125
Verschiebung 14, 21, 24, 159
Verteilungsfunktion 166
Verwölbung 13, 95, 109
Verzerrungen 20, 23f., 111, 142
Verzerrungsgröße 154
Verzerrungszustand 153, 158f.
Verzweigungspunkt 117
Vollkreisquerschnitt 81, 107
Volumenänderung 29
Vorkrümmung 118
vorwiegend ruhende Einwirkung 14

W

Wärmeausdehnungskoeffizient 30, 32
Wasserleitungsmodell 84, 89
Werkstoffgesetz 142, 153
Widerstandsmoment 47, 49, 56, 66

Winkeländerung 20, 22
Winkelverzerrung 154, 160
wölbfreier Querschnitt 93, 95, 97
Wölbkrafttorsion 94f., 109f.
Wölbsteifigkeit 133

Y, Z

y-z-Koordinatensystem 62f., 66
zentrifugales Trägheitsmoment 36, 42, 44, 49
Zugfestigkeit 28
Zugspannung 56f., 60, 70, 153
Zugversuch 25, 28
Zugzone 135ff., 141
zusammengesetzter Querschnitt 35, 38
Zwangsschnittgröße 14
zweiachsige Biegung 51, 58f., 62
zweiachsiger Spannungszustand 142, 163