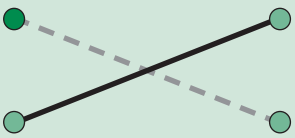
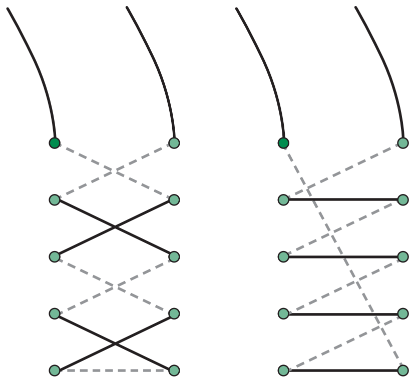
13 Schnürsenkel

1 Bei den Kinderschuhen unten wurden die Schnürsenkel auf zwei unterschiedliche Arten eingefädelt. Hast du schon einmal selbst deine Schnürsenkel eingefädelt? Wie gehst du dabei vor?

Durchgezogene Abschnitte verlaufen oberhalb und gestrichelte Teile unterhalb der Schnürösen.



a) In den Abbildungen rechts siehst du zwei der gängigsten Methoden zum Einfädeln von Schnürsenkeln. Probiere beide aus. Du kannst dir dazu ein Schuhmodell wie in der Anlage beschrieben basteln, oder auch einen echten Schuh verwenden.

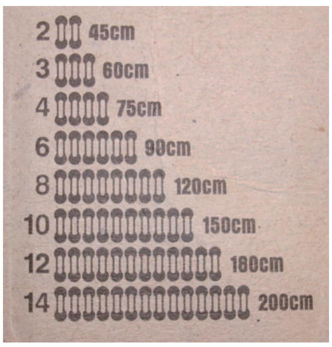


amerikanische Schnürung

Schuhladen-Schnürung

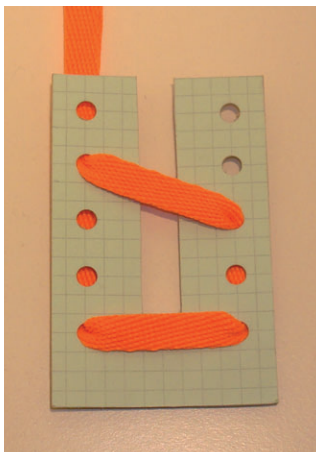
b) Welche Methode erscheint dir einfacher? Formuliere Argumente, mit denen du Verfechter der anderen Methode überzeugen kannst.

c) Kennst du andere Möglichkeiten, die Schnürsenkel einzufädeln? Informiere dich.



2 Auf einer Schnürsenkelpackung findet man Angaben über die benötigte Länge bei unterschiedlichen Anzahlen von Ösenpaaren. Um herauszufinden, welche Länge er bei der Schuhladen-Schnürung für fünf Ösenpaare braucht, macht Emil die folgende Rechnung:

$\text{Senkellänge}_{\text{Laden}}$ =
8,5 cm + 4 · 4 cm + 4 · 4,3 cm + 2 · 20 cm



a) Wofür steht 2 · 20 cm ? Wie weit sind die Ösenpaare voneinander entfernt? Wie viele Ösen hat der Schuh?

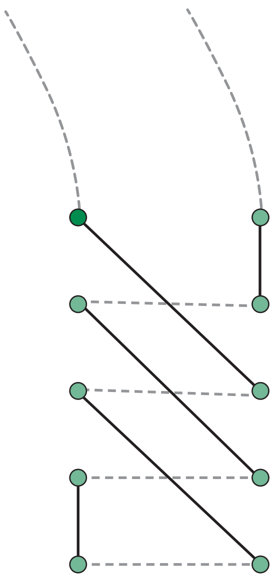
b) Wenn man die Schnürsenkellänge berechnen will, ist es hilfreich zu notieren, wie oft einzelne Streckenstücke vorkommen. Erstelle für die amerikanische Schnürung eine Tabelle:

Anzahl der Ösenpaare	Anzahl der waage-rechten Verbindungen (4 cm)	Anzahl der diago-nalen Verbindungen (4,3 cm)	Rest zum Binden
4			2
5	1	8	2
6			2

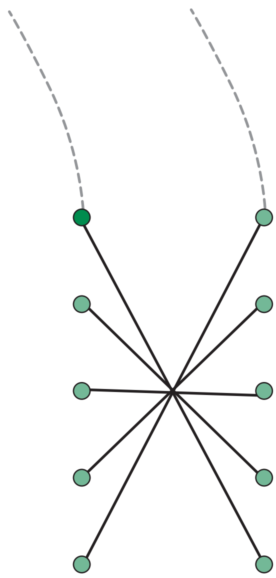
c) Wie hängt die Anzahl der diagonalen Verbindungen von der Anzahl der Ösenpaare ab?

d) Kannst du eine ähnliche Rechnung wie die von Emil für die amerikanische Schnürung notieren, in der du die Variablen für die Anzahl der Ösenpaare verwendest?

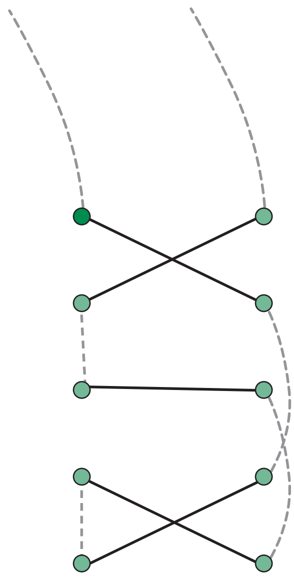
3 Schnürsenkel kann man auf sehr unterschiedliche Weisen einfädeln. Probiere einige der folgenden aus.



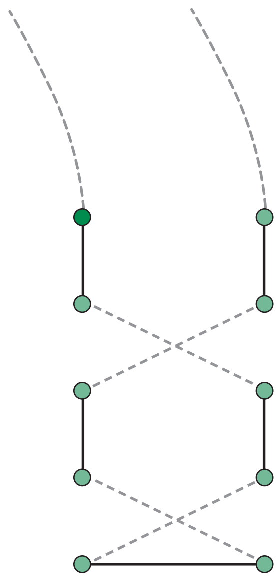
Sägezahnschnürung



Sternenexplosion



Römische Schnürung



Armeeschnürung

Finde Erklärungen für die Namen der Schnürungen.

4 Versuche, für eine der oben gezeigten Schnürungen eine Tabelle über die die Anzahlen der einzelnen Streckenstücke und eine Rechnung wie in Aufgabe 2 aufzustellen.

Schnürsenkel

Allgemeines zum Gegenstand der Lernumgebung

Den wunderbar alltäglichen Gegenstand der Schnürsenkel hat Ian Stewart in seinem Buch „Neue Wunder aus der Welt der Mathematik“ genutzt, um „signifikante Mathematik“ zu betreiben. Dort hat er drei unterschiedliche Schnürungen in Hinblick auf die benötigte Länge untersucht. Dabei zeigt er algebraisch und auf sehr interessante Weise auch geometrisch, dass die sogenannte amerikanische Schnürung bzgl. der Länge die effektivste ist – wenn man nur Schnürungen betrachtet, die stets die Schuhseite von Öse zu Öse wechseln. Ein Beispiel, bei dem das nicht der Fall ist, ist die sogenannte Sägezahnschnürung. Eine sehr gute Quelle für weitere Ideen ist die englischsprachige Internet-Seite von Ian Fieggen, einem australischen Computergrafik-Designer, auf der man auch sehr gute Animationen findet, wie die Schnürungen durchgeführt werden (http://www.fieggen.com/shoelace/). Auf ihn gehen auch die Bezeichnungen der hier vorgestellten Schnürungen zurück.

Didaktische Anmerkungen

Bei den Aufgaben der Lernumgebung ist das Thema für jüngere Schüler adaptiert. Auf eine algebraische Behandlung wird komplett verzichtet, auch der Satz des Pythagoras spielt hier natürlich keine Rolle, obwohl er schön zur Anwendung kommen kann, falls man die Umgebung für ältere Schüler aufbereiten möchte. Der Schwerpunkt liegt zum einen im Durchführen von Handlungsschemata und deren Herauslesen aus einer Abbildung (Algorithmen), zum anderen im strukturierten Berechnen von Rechentermen. Vorgegebene Berechnungsmethoden werden untersucht und eigene Methoden müssen erstellt werden. Als ein Hilfsmittel wird in Aufgabe 2. b) die Tabelle eingesetzt, mit der sich eine Struktur in die vielen unterschiedlich langen Streckenstücke bringen lässt. Insgesamt werden alle Verbindungen zwischen Ösen als Streckenstücke betrachtet, alle Abstände als konstant. Diese nötige Vereinfachung kann diskutiert werden.

Grundlegende Ziele

Der Schwerpunkt dieser Lernumgebung liegt darin, unterschiedliche mathematische Darstellungen zu verwenden. Der Zusammenhang zwischen Berechnungsterm und Abbildung bzw. Handlungsanweisung soll untersucht und die zugrunde liegenden Strukturen sollen erkannt werden. Der eher technische Bereich der Termumformung spielt hier keine Rolle, wohl aber die Interpretation von Termen. Es soll ein Verständnis für schematische Darstellungen entwickelt werden.

Einordnung der Aufgaben

Aufgabe	Kompetenzbereich	Leitidee	Anforderungsbereich
1. a)	K4	L1, L3	I
1. b)	K6	L1, L3	I
1. c)	K6	L1, L3	I
2. a)	K5, K6	L1	II
2. b)	K5	L1	II
2. c)	K2	L4	II
2. d)	K1	L4	III
3.	K4	L1, L3	II
4.	K2, K5	L4	III

Zu den Aufgaben & Lösungen

1 In der Einstiegsaufgabe werden die zwei gängigsten Varianten zur Schnürung vorgestellt.

a) Das Modell für die Schnürsenkel (Kopiervorlage) ist so ausgelegt, dass der senkrechte Abstand 1,5 cm und der waagerechte Abstand 4 cm beträgt. Bei der amerikanischen Schnürung wird, anders als in der Abbildung, in der Regel der Schnürsenkel immer von oben in die Öse eingeführt. Die hier gezeigte Variante nennt Fieggen „Criss-Cross-Lacing“.

b) Die amerikanische Schnürung ist die gängigere, durch ihre Symmetrie ist sie besonders einfach auszuführen. Beginnt man bei der Schuhladenbindung mit der langen Diagonale, wird diese ebenfalls recht einfach – man hat dann nur noch einen Senkel, den man nach oben einfädeln muss.

c) –

2 In dieser Aufgabe sollen Terme für die Berechnung der Schnürsenkellänge untersucht und selbst aufgestellt werden.

a) Der Term $2 \cdot 20$ cm steht für die beiden Schnürsenkelstücke, die aus den obersten Ösen kommen und mit denen man die Schleife bindet. Die Ösenpaare sind 4 cm voneinander entfernt, der Schuh hat fünf mal zwei Ösen.

b)

Anzahl der Ösenpaare	Anzahl der waagerechten Verbindungen (4 cm)	Anzahl der diagonalen Verbindungen (4,3 cm)	Rest zum Binden
4	1	6	2
5	1	8	2
6	1	10	2

c) Wenn man die Anzahl der Ösenpaare um eins vermindert, hat man die Hälfte der Anzahl der diagonalen Verbindungen.

d) Für die amerikanische Schnürung kann man den folgenden Term aufstellen.

$$l_{am} = 4\text{ cm} + 2 \cdot (n-1) \cdot 4{,}3\text{ cm} + 2 \cdot 20\text{ cm}$$

3 Hier werden vier andere Möglichkeiten zur Schnürung vorgestellt. Sie können am Modell ausprobiert werden oder mit der GeoGebra-Datei „Schnürsenkel".

- Der Name der „Sägezahnschnürung" erklärt sich selbst.
- Der Name „Sternenexplosion" ist eine Übersetzung des englischen Namens „starburst lacing", der von der Internet-Seite von Ian Fieggen stammt (siehe Literaturhinweise).
- Der Name „Römische Schnürung" bezieht sich auf die oben auf dem Schuh sichtbaren „römischen Zahlen".
- Die „Armeeschnürung" wird laut Ian Fieggen in verschiedenen Armeen verwendet. Durch diese Schnürung werden die beiden Schuhteile relativ frei gelassen – kein Schnürsenkel kreuzt über den Rand zur anderen Seite – wodurch sich ein Armeestiefel besser im Gelenk biegen kann.

4 Diese Aufgabe stellt eine Aufforderung dar, die Aufgabe 2 für die Schnürungen aus Nummer 3 zu wiederholen. Lediglich bei der Sägezahnschnürung ist dies unproblematisch und führt zu folgenden Ergebnissen:

Anzahl der Ösenpaare	Anzahl der waagerechten Verbindungen (4 cm)	Anzahl der diagonalen Verbindungen (5 cm)	Anzahl der diagonalen Verbindungen (1,5 cm)	Rest zum Binden (20 cm)
4	3	2	2	2
5	4	3	2	2
6	5	4	2	2

$$l_{Säge} = 2 \cdot 1{,}5\text{ cm} + (n-1) \cdot 4\text{ cm} + (n-2) \cdot 5\text{ cm} + 2 \cdot 20\text{ cm}$$

- Bei der Sternenexplosion ergibt sich das Problem, dass bei Veränderung der Ösenpaarzahl neue Diagonalen hinzukommen.
- Bei der Römischen und bei der Armeeschnürung verändert sich die Art der Bindung je nachdem, ob man eine gerade oder eine ungerade Anzahl von Ösenpaaren hat.

Literatur

Stewart, I. (2006). *Neue Wunder aus der Welt der Mathematik*. München: Piper.

Fieggen, I. (2003). *Ian's Shoelace Site*. Abgerufen am 03.03.2015 von http://www.fieggen.com/shoelace/